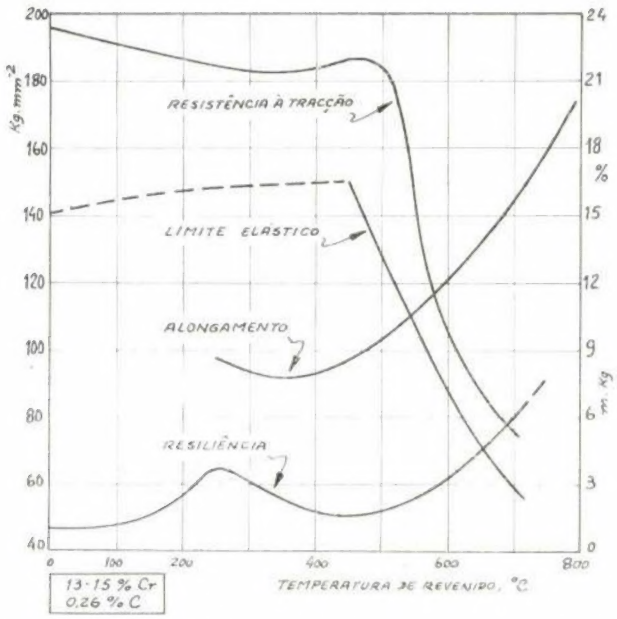


Fig. 7 — Características mecânicas de aços inoxidáveis martensíticos e sua variação com a temperatura de revenido (após têmpera em óleo) [6].

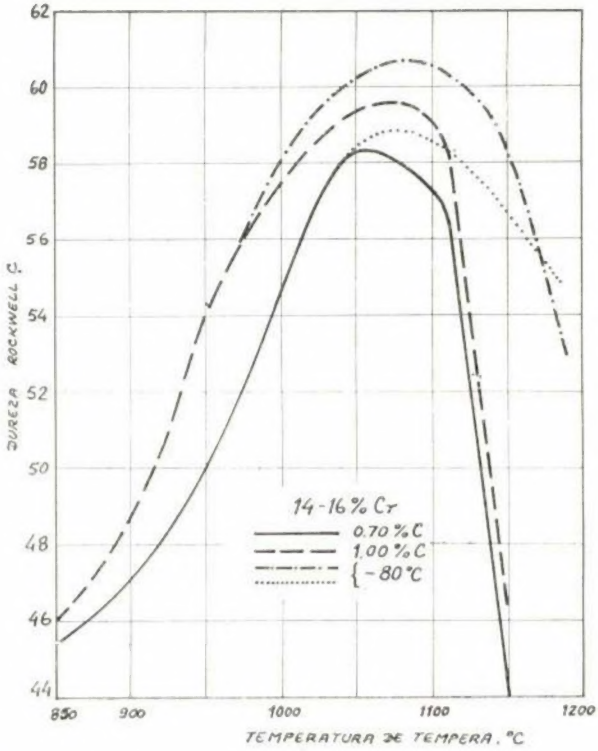


Fig. 8 — Influência da temperatura de têmpera sobre a dureza de aços inoxidáveis de alto carbono [6].

cia, se outras complicações não surgissem. Entre 400 e 500 °C, como já foi referido, há um endurecimento por precipitação e por transformação austenite intergranular ⟶ martensite, causa provável da redução de resiliência naquela zona.

A fig. 8 indica a variação da dureza com a temperatura de têmpera, em aços com 14-16 % Cr e alto teor em carbono. Estes aços não são usualmente utilizados para resistir à tracção. São aplicados principalmente em instrumentos de corte, pela elevada dureza que possuem. Note-se a retenção da austenite após têmpera de temperaturas superiores a cerca de 1100 °C.

Tão importante quanto a temperatura é o tempo de tratamento. A figura 3 indica o efeito do tempo de revenido a 500 °C sobre as propriedades mecânicas de um aço com 11,5 % Cr e 0,2 % C. Está bem patente a redução da resistência mecânica. O efeito geral do aumento do tempo de tratamento (ou da temperatura) de revenido é de decréscimo nas características mecânicas.

3. AÇOS COM TEORES EM CRÓMIO SUPERIORES A 15 %

O aumento do teor em crómio conduz a uma capacidade de endurecimento do aço cada vez menor. O campo de estabilidade da austenite contrai-se cada vez mais e, com 25 % Cr já não existe zona austenítica pura. Acompanhando o aumento do conteúdo em crómio, as temperaturas de transformação sobem, exigindo-se, por isso, temperaturas de têmpera mais altas.

O teor em carbono afecta igualmente as temperaturas de transformação: com 17 % Cr, a zona austenítica começa a 1100°C com 0,3 % C e a apenas 840°C com 1 % C. A estrutura obtenível e as temperaturas de tratamento estarão, pois, condicionadas pela conjugação dos teores em crómio e em carbono.

No aspecto de corrosão, os aços inoxidáveis ferríticos são melhores. O seu conteúdo em carbono é pequeno, portanto pequena a quantidade de carbonetos de crómio que se pode formar. A quase totalidade do crómio fica, deste modo, livre para actuar como agente anti-corrosivo. Os maiores obstáculos ao uso dos aços inoxidáveis ferríticos têm sido essencialmente dois:

a) A estrutura, sendo ferrítica a todas as temperaturas, não pode ser melhorada por tratamento térmico. Para alterá-la terá que

se aplicar prèviamente um tratamento mecânico, e isso é muitas vezes difícil na prática (soldadura, p. ex.).

b) As ferrites ricas em crómio podem sofrer três tipos de fragilização:

— Por tratamento a alta temperatura
— Por precipitação da fase sigma
— Por tratamento a 475 °C.

Os problemas levantados pela estrutura ferrítica a todas as temperaturas — nomeadamente o crescimento de grão — só serão resolúveis, possìvelmente, pela adição de elementos especiais de liga. Quanto aos processos de fragilização, são analisados em pormenor nas alíneas seguintes.

3.1 — Fragilização a alta temperatura

Quando tratadas a temperaturas da ordem dos 1100 °C, as ferrites ricas em crómio apresentam, à temperatura ambiente, uma resiliência muito baixa, em ensaios com provete entalhado. Contudo, ensaios com provete sem entalhe conduzem a valores razoáveis de resiliência (fig. 9). De acordo com a figura, verifica-se que,

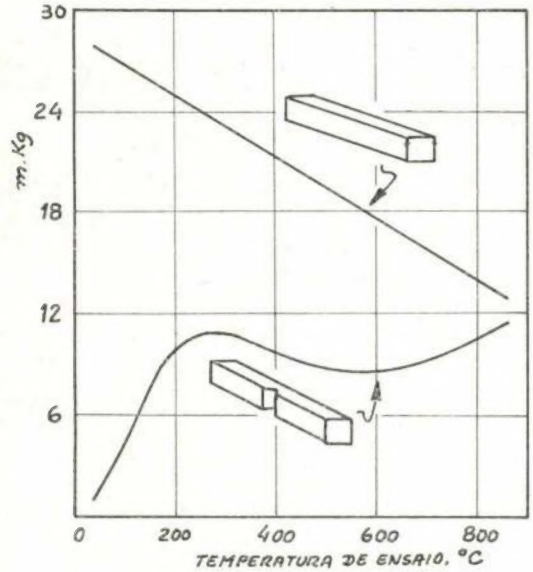


Fig. 9 — Variação de resiliência com a temperatura de ensaio, determinada em provetes com e sem entalhe (aço com 27 % Cr) (Newell) [6].

acima de cerca de 150 °C, esta «sensibilidade ao entalhe» diminui e a resiliência melhora apreciàvelmente.

As razões deste comportamento têm sido procuradas por vários autores. Os ensaios de KRIVOBOK [ref.ª em 6] sobre aços com teores variáveis em crómio e em carbono estão resumidos na fig. 10. Segundo estes resultados, a partir de 15-16 % Cr a resiliência cai dràsticamente, e a influência do carbono parece não ser sensível para além de 20 % Cr, mesmo com apenas 0,02 % C. Sugere-se, portanto, que o responsável pela fragilização é o crómio. Trabalhos mais recentes de HOCHMANN [6], no entanto, levam à conclusão de que não é o crómio o elemento fragilizante. Com efeito, verificam-se experimentalmente as seguintes flutuações no alongamento e na resiliência:

— Deformação a frio + recozimento a 800-900 °C:
  — o aço apresenta ductilidade e resiliência máximas
— + tratamento a 1100 °C:
  — o alongamento e a resiliência são pràticamente nulos.
— + recozimento a 800-900 °C:
  — o alongamento recupera sensìvelmente o seu valor máximo, mas a resiliência mantém-se nula.

Isto sugere que alguma alteração estrutural ocorre e não pode ser eliminada por tratamento térmico. HOCHMANN e COLOMBIER [6] admitem que, a alta temperatura, se processa uma desomogeneização da estrutura, em relação aos solutos intersticiais. O carbono, azoto, oxigénio segregariam, segundo aqueles autores, nos limites de grão e de subgrão, e mesmo nos deslocamentos. Os ensaios de HOCHMANN sobre aços refundidos em vazio parecem conclusivos: quando os teores em intersticiais são reduzidos a níveis muito baixos (da ordem das dezenas de p.p.m.) a resiliência é muito boa, mesmo com provete entalhado. Uma ferrite com 43,5 % Cr e 15 p.p.m. de carbono tem a zona de transição dúctil-frágil a 0 °C, enquanto nos aços com maior teor em carbono ela se encontra a 150-200 °C.

A acção do carbono e do azoto traduz-se pela formação, a alta temperatura, de austenite intergranular e nos limites de subgrão. Esta austenite transforma-se, no arrefecimento, em martensite, e forma-se, deste modo, uma rede tridimensional frágil. O azoto, quando em teores acima de um

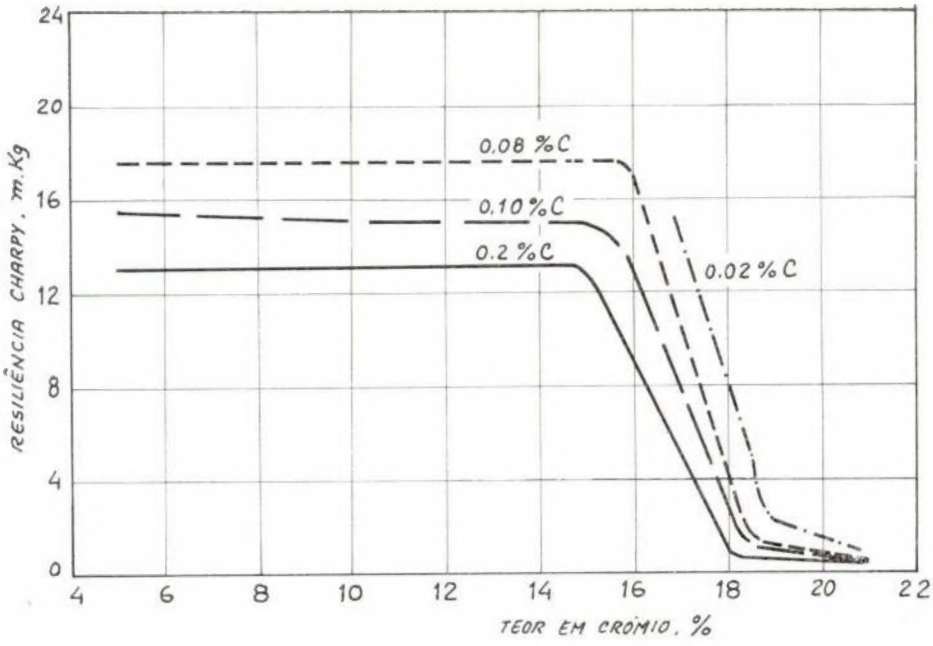


Fig. 10 — Variação da resiliência com os teores em crómio e em carbono (Krivobok) [6].

determinado valor, tem aliás efeito oposto. Possìvelmente isso deve-se a uma maior estabilidade conferida à austenite, que permite retê-la à temperatura ambiente e eliminar, portanto, a fragilidade. Este elemento é por vezes adicionado com este fim, e teores de cerca de 0,22 % são suficientes para eliminar a fragilidade. Simultâneamente o azoto desempenha um importante papel de afinador de tamanho de grão.

A acção do oxigénio é devida à formação de películas de óxido cujo efeito, embora benéfico a alta temperatura por limitar o crescimento de grão, é inconveniente à temperatura ambiente — resulta em fragilidade muito acentuada.

A segregação destes elementos, não só nos limites de grão mas também nos limites de subgrão e nos deslocamentos, permite explicar a fractura simultâneamente inter e transgranular que se verifica nestes aços.

A fragilização a alta temperatura parece, portanto, poder atribuir-se à segregação dos átomos intersticiais nos limites de grão e de subgrão, tendo como resultado a formação de uma rede de martensite ou de películas de óxido. Poderá ser eliminada por deformação a frio, que destruirá a segregação, ou pela adição de elementos de liga convenientes — nomeadamente o azoto, já referido, e o níquel (ver 5.1).

3.2 — Fragilização pela fase Sigma

A fase sigma tem a composição aproximada FeCr, mas não é rigorosamente estequiométrica, podendo dissolver um pouco de ferro ou crómio (fig. 11, linhas Cook e Jones). Segundo BRADLEY

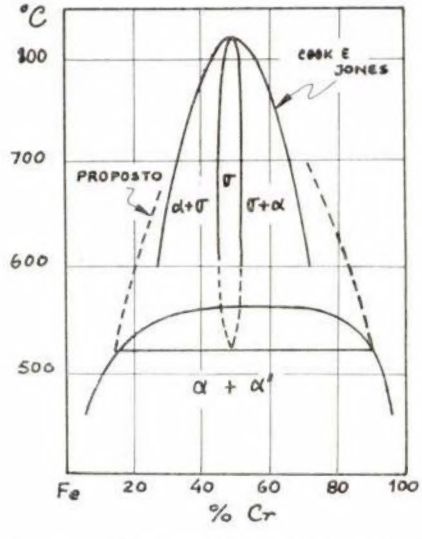


Fig. 11 — Diagrama de equilíbrio Fe-Cr (Williams e Paxton) [7].

e GOLDSCHMIDT [ref.ª em 4], esta fase possui uma estrutura complexa, cúbica de corpo centrado,

com a possibilidade de uma variante de transição. É muito frágil e amagnética.

A transformação da ferrite em sigma é muito lenta. De acordo com COOK e JONES [ref.ª em 3] o tratamento a 600 °C de amostras com teores em crómio de 25 a 76 % só conduz ao equilíbrio após 20 dias. Nas condições normais de tratamento não aparece, por isso, em quantidades significativas. Se a temperatura de trabalho se situa entre cerca de 550 e 820 °C, o problema é mais grave. A fase sigma formar-se-á e conduzirá inevitàvelmente à fragilização. A fragilidade é maior à temperatura ambiente mas mantém-se presente até cerca de 820 °C, temperatura acima da qual esta fase não é estável. A 850 °C são suficientes 30 minutos para remover a fragilidade em um aço com 27 % Cr [3]. Para teores em crómio inferiores a 20 % a fase sigma pràticamente não aparece. A transformação $\alpha \rightarrow \sigma$ pode ser acelerada por alguns elementos de liga. Por outro lado, o alumínio inibe a formação de σ (ver 5.2).

3.3 — Fragilização a 475 °C

O estacionamento prolongado, de aços com teores em crómio superiores a 15 %, a temperaturas compreendidas entre 400 e 550 °C, provoca fragilização. O fenómeno é conhecido por «fragilização a 475 °C» por ser a esta temperatura que se obtém a máxima fragilização.

A fig. 12 indica os resultados dos ensaios de resiliência efectuados por RIEDRICH e LOIB [ref.ª em 3] sobre um aço com 24 % Cr, antes e depois

Fig. 12 — Variação da resiliência de um aço com 24 % Cr com a temperatura de ensaio; antes e depois de um tratamento de 1000 horas a 475 °C (Riedrich e Loib) [3].

de 1000 horas de tratamento a 475 °C. Como se verifica, a resiliência mantém-se em valores muito inferiores aos que apresenta o material não tratado a 475 °C.

Muitos autores se têm debruçado sobre este assunto. Actualmente é geralmente aceite que esta fragilização é provocada por um processo de precipitação bastante complexo. As divergências de opinião dizem respeito à morfologia do precipitado e cinética da precipitação.

Segundo BLACKBURN e NUTTING [7], em um aço com 21 % Cr começam a detectar-se alterações microestruturais após duas horas de tratamento a 475 °C: até 50 horas, nos limites de grão e inclusões; após 80 a 100 horas, precipitação em todo o grão; de 100 a 1000 horas, apenas crescimento dos precipitados. O precipitado tem a forma de pequenos discos, paralelos aos planos {100} da ferrite, e há tendência para a esferóidização entre 1000 a 4000 horas de tratamento. Após 4000 horas a dureza é de 298 vickers e a taxa de endurecimento é já muito pequena. Entretanto, VINTAYKIN e KOLONTSOV [8] indicam a formação de zonas de Guinier-Preston com 40 Å de diâmetro ao fim de 200 horas a 475 °C, num aço com 27,3 % Cr.

A hipótese de este precipitado ser uma transição para a fase σ está posta de parte — a fase σ é amagnética e não foram detectadas variações de permeabilidade magnética. WILLIAMS e PAXTON [ref.ª em 7], entretanto, admitiram uma hipótese interessante e que concorda perfeitamente com os resultados de BLACKBURN e NUTTING. Segundo aqueles autores, existe uma zona bifásica no diagrama Fe Cr, constituída por duas ferrites, uma rica em ferro e outra rica em crómio — o precipitado (fig. 11). O limite superior desta zona encontrar-se-ia a cerca de 550 °C, temperatura que corresponderia então ao limite inferior de estabilidade da fase sigma.

Parece poder concluir-se que a fragilização a 475 °C resulta da precipitação de uma fase rica em crómio, de estrutura cúbica de corpo centrado, na forma de pequenos discos. Acima de 550 °C esta fase não é estável e desaparece após uma permanência tanto mais curta quanto mais alta a temperatura. A 800-900 °C é suficiente uma hora de tratamento para eliminar o precipitado, e recupera-se a resiliência inicial a todas as temperaturas. A adição de elementos especiais de liga não parece ter dado resultados satisfatórios: adições de titânio, nióbio, manganês, silício e carbono resultaram inúteis para eliminar este tipo de fragilização [3]. O efeito dos elementos inters-

ticiais é mal conhecido e controverso. Aços com 25 % Cr, refundidos em vazio, continuam a ter uma resiliência muito baixa, após tratamento entre 400 e 550 °C. O domínio de temperaturas às quais o material fragiliza é até mais largo — de cerca de 350 a 700 °C — o que torna ainda mais controversa a acção do carbono, azoto, oxigénio e hidrógénio [6].

3.4 — Propriedades mecânicas

Embora seja de prever, para uma dada composição, uma estrutura ferrítica a todas as temperaturas, tal facto não se verifica totalmente. Em 3.1 foi referida a formação, a alta temperatura, de austenite intergranular e nos limites de grão. Nos tratamentos térmicos, portanto, há variação das características mecânicas — variações que ultrapassam as previsíveis pela variação do tamanho de grão. A têmpera e o revenido têm, sobre estes aços, um efeito semelhante ao verificado nos aços martensíticos em geral. Quanto ao domínio de valores em que variam as características mecânicas, a ferrite é o factor condicionante fundamental: estes aços serão mais dúcteis e menos resistentes do que os aços totalmente martensíticos (ver fig. 13).

Considerações sobre o alongamento e a resiliência já foram feitas nas alíneas respeitantes à fragilização.

O emprego dos aços inoxidáveis ferríticos sem adições especiais tem sérias limitações. A fragilização a que estão sujeitos é, talvez, o maior obstáculo. As condições de fragilização podem ser atingidas tanto no processo de fabrico como durante o serviço. A soldadura, nomeadamente, é um processo difícil, se não impossível, de realizar em boas condições. A zona fundida e uma faixa adjacente tornar-se-ão frágeis, e só será possível eliminar a fragilidade por deformação a frio — operação poucas vezes exequível.

Se a temperatura de trabalho se situa entre 400 e 820 °C, o material está sujeito a fragilização. A fase σ pode ser eliminada por adição de alumínio, e a gama crítica de temperaturas fica reduzida a 400-550 °C. Nesta zona, como se viu, adições de vários elementos de liga não conduziram a qualquer vantagem.

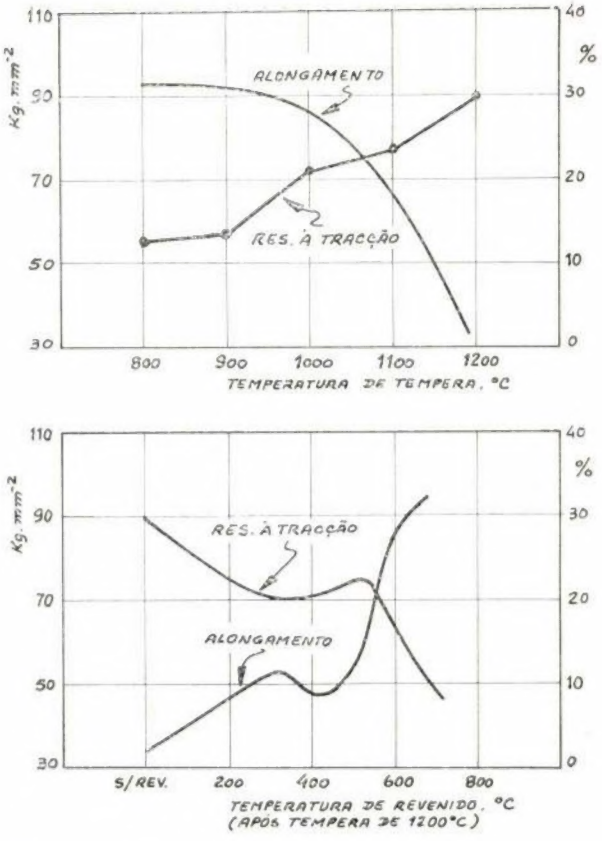


Fig. 13 — Características mecânicas de um aço inoxidável ferrítico (25 % Cr, 0,03 % C) e sua variação com as temperaturas de têmpera e revenido [6].

4. FASE CARBONETOS

Os carbonetos susceptíveis de serem encontrados nos aços de crómio são:

M_3C — Cementite rômbica, dissolvendo 15 a 25 % at. de crómio.

M_7C_3 — Carboneto trigonal, dissolvendo até 55 % at. de ferro.

$M_{23}C_6$ (ou M_4C) — Carboneto cúbico, dissolvendo 25 a 40 % at. de ferro.

O carboneto ortorrômbico Cr_3C_2 não aparece normalmente. A sua formação exige uma grande concentração de carbono, em relação ao crómio. Por outro lado, dissolve muito pouco ferro, enquanto o M_7C_3 dissolve até 55 % at. de ferro. Este facto impede a formação do Cr_3C_2 a partir de um possível Cr_7C_3 [9]. O Cr_3C_2 só aparece para teores em carbono superiores a 9 % [3].

A designação M_xC_y é aqui adequada, dada a alta solubilidade de diversos elementos nestes

carbonetos. Muitos deles — como o molibdénio, o tungsténio e o vanádio — concorrem para a sua estabilização e são um dos factores determinantes das propriedades destes aços a alta temperatura.

Os diagramas de equilíbrio são elucidativos quanto à possibilidade de obter um ou outro carboneto, em função da temperatura e composição. Todavia, e como foi referido, o estado de equilíbrio é difícil de atingir. A cinética da precipitação pode, por isso, ser algo diversa. À precipitação da cementite segue-se a precipitação de um outro carboneto que pode não ser o de equilíbrio.

Nos aços de crómio na forma martensítica, e por revenido, à cementite segue-se lògicamente a precipitação do M_7C_3. Se o teor em crómio é superior a 12 %, a nucleação do M_7C_3 parece processar-se simultâneamente a partir da matriz e a partir do M_3C. Ao M_7C_3 segue-se o $M_{23}C_6$ (ver fig. 3) se o conteúdo em crómio for suficiente (para 0,2 % C, % Cr > 8). Há a considerar ainda a formação da fase hexagonal M_2X, ou seja, (Fe, Cr) (C, N), à qual tem sido atribuída a responsabilidade do endurecimento secundário nos aços com cerca de 12 % Cr.

A sequência provável será pois:

$$M_3C \longrightarrow M_7C_3 \longrightarrow \begin{bmatrix} M_7C_3 \\ M_2X \end{bmatrix} \longrightarrow M_{23}C_6$$

(X carbono e/ou azoto)

As características essenciais desta sequência dependerão, como é óbvio, de vários factores. São afectadas, por exemplo, pela razão Cr/C [5], que no mesmo aço é susceptível de larga variação de fase para fase. Dependem ainda da presença de outros elementos de liga, de ter ou não ter havido deformação — prévia ou durante a precipitação — e, finalmente, da estrutura inicial de que se parte.

A deformação antes da precipitação pode acelerá-la. Nos aços com menos de 12 % Cr a deformação durante a precipitação parece ter um efeito retardador na reacção $M_7C_3 \longrightarrow M_{23}C_6$ [10]. Para aços com 12 % Cr ou mais este efeito não é sensível [11].

Os dados apresentados referem-se ao revenido de aços martensíticos. Se se considerar o aço noutra condição, a sequência altera-se, naturalmente. Por exemplo, em um aço no estado de recozido, pode ter precipitado directamente da austenite o $M_{23}C_6$, estando portanto fora de causa qualquer posterior transformação.

5. ELEMENTOS DE LIGA ADICIONAIS

5.1 — Níquel e manganês

De um modo geral, concomitantemente com a sua acção caracteristicamente gamagénea, o *Ni* tem por efeito baixar as temperaturas de transformação e retardar as transformações. Quanto a têmpera e revenido tem, portanto, um efeito análogo ao do crómio.

Se os aços são susceptíveis de temperar com facilidade, a acção das pequenas adições de níquel resume-se a facilitar a têmpera e a dificultar o revenido, sem que resultem, todavia, grandes diferenças nas propriedades mecânicas, para aços tratados de modo semelhante. Quando, porém, por via do seu maior conteúdo em crómio ou baixo teor em carbono, a possibilidade de endurecimento por têmpera não é tão marcada, já as adições de níquel se apresentam mais influentes, como o documenta a tabela II. Nela podemos comparar aços com resistências à tracção semelhantes (a, b) ou teores semelhantes de níquel (a, c). É bem patente a maior influência do Ni no endurecimento dos aços de menor conteúdo em carbono.

TABELA II

Influência das pequenas adições de niquel aos aços com 12-14 % Cr [3].

	Composição (%)			Dureza Brinell		Resistência à tracção ($Kg.mm^{-2}$)	Tensão de cedência ($Kg.mm^{-2}$)	Alongamento (5.1mm) (%)	Redução de área (%)	Teste de choque Izod (m.Kg)		
	C	Cr	Ni	Temperado	Revenido a 700 °C							
	0.09	13.7	0.10	241	179	58.0	46.3	32.5	68.0	13.6	13.0	14.4
	0.08	13.3	0.46	340	217	63.6	53.8	32.0	68.8	13.3	13.3	13.7
	0.08	13.6	0.80	351	241	70.3	60.9	23.0	63.7	11.7	11.7	11.6
(a)	0.10	14.1	1.23	418	255	75.9	62.5	26.5	55.8	8.4	8.4	8.8
	0.21	13.3	0.3	286	207	68.8	46.9	26.0	61.5	5.4	4.9	5.2
(b)	0.22	12.8	0.74	387	228	75.6	59.4	25.5	60.4	8.2	7.5	8.2
(c)	0.22	12.3	1.22	477	248	81.9	70.9	24.5	59.3	7.8	6.5	6.5

Para maiores conteúdos em níquel — 2 a 5 % — e em aços com 12 a 15 % Cr, começa a verificar-se a retenção parcial da austenite, quando

estes aços são temperados desde temperaturas superiores a 1000 °C. Esta austenite mantém-se posteriormente, no reaquecimento, até temperaturas tanto mais elevadas quanto maior o conteúdo em níquel. Uma percentagem mais elevada de níquel permite metaestabilizar toda a austenite, embora, para esta percentagem de crómio, ela só seja estável para % Ni > 24 %.

Os aços com 15 a 25 % Cr e baixo teor em carbono são susceptíveis de apresentar uma estrutura total ou parcialmente ferrítica a todas as temperaturas. Sobre eles, as adições de níquel irão favorecer o endurecimento por têmpera, na medida em que promovem o aparecimento de austenite, posteriormente transformada em martensite. Com o aumento do conteúdo em níquel (p.ex. 20 % Cr e Ni > 4 a 5 %), a austenite fica retida na têmpera, obtendo-se um aço austeno-ferrítico, e acima de 8 % Ni um aço totalmente austenítico.

As boas características de resiliência conferidas pelas pequenas percentagens de Ni (1 a 3 %) aos aços de elevado teor em crómio — ferríticos, portanto, a despeito desta adição — resultam provàvelmente de o níquel desempenhar um papel semelhante ao do azoto, já referido, estabilizando a austenite intergranular formada nestes aços quando da sua permanência a temperaturas superiores a 900°C, o que a impede de se transformar em martensite [3].

A acção do níquel no que respeita à fase sigma reporta-se a dois factos fundamentais: alargamento dos campos $\alpha + \sigma$ e $\gamma + \sigma$ (Ni constante) e elevação da temperatura máxima de estabilidade para 930-950°C. Devido à lentidão da transformação $\alpha \longrightarrow \sigma$ nos aços com níquel, os diagramas não estão devidamente explorados abaixo de 650°C [2, 3 e 4].

O *manganês*, sendo gamagéneo como o níquel, tem, todavia, uma acção diferente da deste. Na realidade, enquanto o níquel alarga a gama de composições em Cr da austenite (14 % Cr, 0 % Ni → 28 % Cr, 50 % Ni) o manganês, para a mesma variação, mantém a composição em Cr da austenite quase constante e à volta de 13-15 %. Os principais efeitos do manganês são, pois, retardar as transformações e estabilizar a austenite. As pequenas adições de manganês aos aços com 12-15 % Cr têm um efeito menos marcado do que as de níquel. No entanto, adições de 1 a 2 % Mn parecem aumentar a capacidade de endurecimento e melhorar a resistência e a resiliência de aços com 15 a 20 % Cr e elevado teor em carbono (2 a 3 %). Nos aços com Cr < 15 % e 0,1 % C, a austenite só é totalmente retida para Mn > 15 % (temperados desde 1100°C). Com Cr > 15 % a estrutura, para baixos teores em carbono, será constituída por ferrite e martensite ou, se Mn > 15 %, por ferrite e austenite.

O papel do manganês sobre a fase sigma é muito importante: a composição em crómio dos domínios $\alpha + \gamma + \sigma$ e $\gamma + \sigma$ estende-se consideràvelmente (até 15 % Cr), e a velocidade da transformação $\alpha \longrightarrow \sigma$ é bastante maior.

5.2 — Silício e alumínio

O *silício* é um elemento alfagéneo e eleva consideràvelmente a temperatura de transformação $\alpha \longrightarrow \gamma$ (nos aços com 12-15 % Cr, 40 a 50°C por cada 1 % Si, até 4 % Si). O seu efeito nos aços deste grupo consiste essencialmente em diminuir a temperabilidade, obtendo-se a máxima dureza para mais altas temperaturas de têmpera. Pode dizer-se que a adição de 1 % Si a estes aços os leva a comportarem-se como se na realidade possuíssem mais 2 ou 3 % Cr.

Por solução sólida, o silício é um dos elementos mais efectivos em conferir resistência mecânica à ferrite. O seu efeito drástico na resiliência obsta, contudo, à sua larga utilização para este fim.

Sobre a fase sigma, o efeito do silício é muito marcado e inconveniente: alarga a zona de composições e gama de temperaturas de estabilidade desta fase e acelera a transformação $\alpha \longrightarrow \sigma$.

O *alumínio* tem, no que diz respeito à capacidade de têmpera e temperaturas de transformação, um efeito semelhante ao do silício. As adições de alumínio aos aços de crómio tem tido, como principal objectivo, alargar a zona de temperaturas onde estes são utilizáveis em boas condições de resistência à corrosão. Um aço com 13 % Cr, utilizável, em princípio, até 650-850 °C, uma vez adicionado de 2,5 % Al, passa a poder ser utilizado com êxito até 1000 °C. Com tal composição, porém, este aço é ferrítico a todas as temperaturas, com os consequentes inconvenientes desta estrutura.

O modo como o alumínio actua, em relação à fase σ é particularmente importante. HUGES [12] trabalhando em aços de 25 % Cr e 4 % Ni refere a supressão da fase σ (aços tratados a 750 °C)

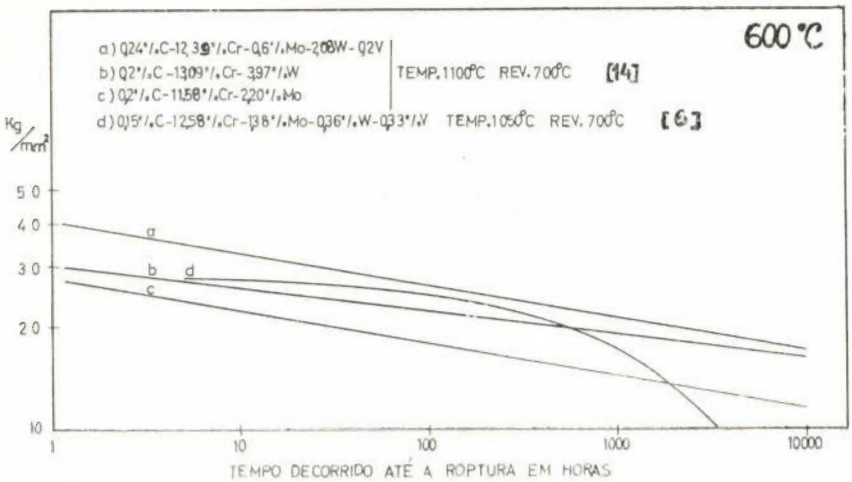


Fig. 14 — Características de fluência de aços inoxidáveis com adições especiais.

resistentes ao crescimento a altas temperaturas. Estes elementos são fortes inibidores da têmpera dos aços de Cr, impedindo a têmpera parcial dos aços ferríticos. Sendo fortemente carbonetogéneos, o carbono associa-se-lhes preferencialmente, dando origem a maior conteúdo efectivo em crómio nestes aços.

O nióbio, quando usado em conjunto com o vanádio, dá origem a condições de resistência à fluência dez vezes maiores do que as obteníveis com qualquer deles isoladamente [15]. Esta acção tanto pode resultar de uma estabilização de V_4C_3, pelo nióbio nele dissolvido, como da acção carbonetogénea do nióbio, que daria origem a mais alto teor em vanádio dissolvido.

Das considerações anteriores ressalta que o Ni e o Mn são especialmente efectivos em provocar determinados tipos de estrutura, e através desta influenciar as propriedades dos aços de crómio. Para isso são expressamente adicionados. Por solução sólida, não são muito úteis em conferir resistência às ferrites, embora não se mostrem desfavoráveis na ductilidade destas.

O Al e o Si, mesmo para pequenas percentagens, provocam modificações estruturais importantes nos aços martensíticos. Todavia a sua presença nos aços tem-se devido mais, até agora, a objectivos relacionados com a resistência destes à corrosão ou, acidentalmente, devido ao processo de fabricação.

O Mo e W são especialmente usados no sentido de conferir aos aços resistência a alta temperatura. É difícil a obtenção dos carbonetos mais desejáveis nos aços com alto conteúdo em Cr. De qualquer modo são adicionados a estes aços com vista à sua acção por solução sólida na ferrite. Nos aços martensíticos podem dar origem ao aparecimento de ferrite, o que, sob certos pontos de vista, pode ser um inconveniente. Isso dá origem a que a sua inclusão nestes aços seja acompanhada por adição de Ni, no sentido de equilibrar as acções respectivas (ex. 0,1 % C, 12 % Cr, 1,5 % Mo, 0,3 % V, 2 % Ni).

Os carbonetos cúbicos de V, Nb e Ti são altamente efectivos em conferir resistência aos aços de Cr, através de fases carbonetos altamente dispersas e muito resistentes ao crescimento.

De um modo geral tem-se tomado como desejável, para trabalho a alta temperatura, a presença de carbonetos muito resistentes a alterações tanto estruturais como dimensionais. No entanto cabe perguntar, como alguns autores o têm feito recentemente [10], se não será possível obter, a partir de carbonetos já menos efectivos (por acção do tempo e da temperatura), outros carbonetos ou fases que permitam regenerar as características perdidas, prolongando deste modo o tempo de serviço do aço.

6. CONCLUSÕES

i) A aplicação dos aços com teor em crómio superior a 15 % como materiais estruturais dos reactores nucleares a alta temperatura é dificultada pelo facto de serem sensíveis à fragilização a 475 °C. Nestes reactores, com efeito, a temperatura de trabalho

quando estes contêm 1,97 % Al (o que não se verifica com 0,5 e 0,85 % Al) e menciona resultados semelhantes com aços de 13 a 20 e de 35 % Cr, contendo cerca de 2 % Al.

5.3 — Molibdénio e tungsténio

O *molibdénio* é, como o sílico e o alumínio, um elemento alfagéneo. A sua acção como soluto numa matriz ferrítica é particularmente importante. Não sendo fortemente carbonetogéneo, pode, todavia, dar origem a fases dispersas de carbonetos eficazes em conferir resistência aos aços tanto à temperatura ambiente como a alta temperatura. Por intermédio da sua solubilidade noutros carbonetos eventualmente presentes, pode estabilizar umas espécies perante outras ou influir decisivamente na sequência e cinética da precipitação.

No que concerne a carbonetos, quando o Mo está presente, a série de carbonetos obtenível no revenido de um aço de Cr vem razoàvelmente complicada pelos carbonetos do sistema Fe/C/Mo, que, de certo modo, se pode comportar como sistema separado. Por um lado, o Mo comparticipa na estrutura do $M_{23}C_6$, podendo originar a sua formação sem prévio aparecimento do M_7C_3. Por outro, a alta percentagem de Cr interfere na sucessão natural dos carbonetos de molibdénio, a saber-se:

$$M_3C \longrightarrow Mo_2C \longrightarrow M_aC_b \longrightarrow M_6C$$

originando, p.ex., a formação directa do M_6C. Os acontecimentos prováveis e sua sucessão estão em princípio governados pelas razões Cr/C, Mo/C e Cr/Mo nas fases em presença, e que variam de fase para fase dentro do mesmo aço.

De entre os carbonetos mencionados, o Mo_2C é especialmente efectivo, formando uma fase altamente dispersa, originada «in situ» a partir do M_3C. Todavia, com altos teores em crómio a sua formação não é de considerar. Em aços com 12 a 15 % Cr e cerca de 2 % Mo, temperados acima de 1000 °C e revenidos a 600-700 °C, obtém-se os carbonetos $M_{23}C_6$ e M_6C.

KOUTSKY e JEZEK [13], analisando os efeitos do molibdénio nos aços com 12-13 % detectaram a formação da fase de Laves Fe_2Mo em aços com 2,6 % Mo, com estrutura ferrítico-sorbítica, tratados a 600°C durante 500 horas. Num trabalho posterior [14] estes autores estudam as condições de fluência destes aços e creditam as melhores características de fluência à obtenção desta fase (face a outros aços contendo 0,5 e 1,0 % Mo).

O *tungsténio* segue de perto as características do Mo quando adicionado aos aços de crómio. As pequenas adições estabilizam os aços com 12-14 % Cr, e tal como o Mo, forma uma fase de Laves (Fe_2W, persistente até mais elevadas temperaturas do que Fe_2Mo) quando presente em percentagens da ordem de 3 a 4 % ($C \simeq 0{,}2$ %). Daí as boas características de fluência destes aços, a 600°C (fig. 14). Esta fase forma-se principalmente na ferrite e pode aparecer para mais baixos valores da razão W/C, quando o vanádio está presente. Este elemento age como catalisador, e em presença dele e do molibdénio, a fase Fe_2W pode aparecer até na sorbite para $W/C \simeq 0{,}5$ [13, 14].

5.4 — Vanádio, nióbio e titânio

O *vanádio* é uma adição muito comum nos aços de crómio concebidos para trabalharem a alta temperatura. A sua acção está relacionada tanto com a precipitação do carboneto V_4C_3 em finas partículas altamente dispersas na matriz, como, em solução, com a formação dos pares V-C que bloqueiam os deslocamentos, impedindo a sua progressão. O carboneto V_4C_3 tem um modo de precipitação coerente com a matriz, formando-se directamente desta, quando do revenido. Segundo os diagramas disponíveis no equilíbrio a 700°C só se tem V_4C_3, em aços com 12-13 % Cr, para teores em vanádio superiores a 1,5 %. Quando, por razões relacionadas com o conteúdo em vanádio, ou por coalescência das partículas de V_4C_3, não é de considerar a acção deste carboneto, adquire importância o teor de vanádio em solução e a resistência do aço dependerá, no que respeita ao vanádio, da concentração em solução deste ou do carbono, consoante a que for menor [15]. O vanádio tem também uma acção indirecta, na medida em que, por via da sua solubilidade em diversos carbonetos, é susceptível de estabilizá-los perante outros (p. ex. $M_{23}C_6$ perante M_7C_3, Mo_2C, etc.). [9].

O *nióbio* e o *titânio*, tal como o vanádio, são susceptíveis de dar origem a fases altamente dispersas de carbonetos cúbicos satisfatòriamente

atinge 700 °C e os frequentes aquecimentos e arrefecimentos submetem o aço ao intervalo crítico de 400 a 550 °C.

ii) Os aços com teor em crómio entre 12 e 15 %, insensíveis à fragilização pelos processos analisados em 3, apresentam problemas de resistência à fluência a alta temperatura. Adições de molibdénio, tungsténio, vanádio, nióbio e titânio permitem, em princípio, obter uma adequada resistência à fluência.

iii) A estrutura ferrítica, desejável para utilização sob intenso fluxo neutrónico, pode ser obtida com toda a vantagem pela adição de alumínio. Suprime-se, simultâneamente, qualquer vestígio da fase sigma e eleva-se a temperatura limite de trabalho para 1000 °C.

AGRADECIMENTO

Este trabalho é publicado com autorização do Laboratório de Física e Engenharia Nucleares.

M. Sousa Castro agradece à Direcção Geral do L.F.E.N. o estágio concedido e à Universidade de Luanda os meios para o efectuar.

BIBLIOGRAFIA

[1] — (Vários autores), *Corrosion*, Edição de L. L. Sheir (George Newnes Ltd.) 1963.

[2] — Edgar C. Bain e Harold W. Paxton, *Alloying Elements in Steel*, 2.ª edição ASM 1963.

[3] — J. H. G. Monypenny, *Stainless Iron and Steel*, vol 2, Edição de F. C. Thompson (Chapmau & Hall Ltd.) 1954.

[4] — (Vários autores), *Metals Handbook*, Edição ASM 1948.

[5] — T. M. F. Ronald e C. Bodsworth, *Changes in Mechanical — Properties during the forth Stage Tempering of Chromium Steels*, in JISI March 1965.

[6] — L. Colombier e J. Hochmann, *Acier Inoxydables, Aciers Refractaires*, (Dunod) 1968.

[7] — M. J. Blackburn e J. Nutting, *Metalography of an Iron-21 % Chromium Alloy Subjected to 475° C Embrittlement*, in JISI July 1964.

[8] — Ye. Z. Vintaykin e V. Yu Kolontsov, *Ageing of Iron-Chromium Alloys*, in *The Physics of Metals and Metallography*, vol. 26, n.º 2, 1968.

[9] — J. H Woodhead e A. G. Quarrel, *Role of Carbides in Low Alloy Creep Resisting Steels*, in JISI, June 1965.

[10] — K. A. Ridal e A. G. Quarrel, *Role of Creep Deformation upon Carbide Transformation in Ferritic Alloy Steels*, in JISI May 1962.

[11] — B. J. Brindley, *The Mechanism of Ductile Fracture in a Fe — 21 % Cr — 0,05 % C Alloy*, in *Acta Metallurgica*, April 1968.

[12] — H. Huges, *Precipitation in Alloy Steels Containing Chromium, Nickel, Aluminium and Titanium*, in JISI October 1965.

[13] — J. Koutzky e J. Jezeck, *Composition of Precipitates in Modified 12 % Cr Steels*, in JISI November 1962.

[14] — J. Koutzky e J. Jezeck, *High Temperature Properties of 12 % Cr Steels Alloyed with Tungsten, Molybdenium and Vanadium*, in JISI, July 1965.

[15] — B. B. Argent, M. N. Van Niekerk e G. A. Redfern, *The Creep of Ferritic Steels*, Department of Metallurgy, University of Sheffield.

[16] — J. Nutting, *The Physical Metallurgy of Alloy Steels*, JISI, June 1969.

FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO, INFORMAÇÕES
3. Stahltagung Temas: Aços Especiais. Fusão	Potsdam (Alemanha O. R.), 20-22 Maio-71 Veb Qualitäts-Und Edelsthal – Kombinat, 1422 Hennigderf, Alemanha Oriental
Gestão Financeira e dos Investimentos. Introdução à Gestão Previsional	Lisboa, 20-22 Maio-71 INII
Os planos a Médio e Longo Prazo (Estratégia de Desenvolvimento)	Lisboa, 24-26 Maio-71 INII
Técnicas de Programação (Software)	Lisboa, 24-26 Maio-71 INII
6th Scandinavian Corrosion Congress Tema: Corrosão	Gothemburg (Suécia), 24-27 Maio-71 Korrosionsinstitutet, P. O. B. 43 037, S. 10072, Stokholm, Suécia
XXIV Journées Du Cebedeau Temas: Águas Industriais e Informática Agua para Caldeiras Transporte, Armazenamento, Distribuição e Bombeio Contaminação Atmosférica	Liège, 24-28 Maio-71 Cebedeau, 2, Rue A. Stévart, B-400, Liège, Bélgica
Escolha de Programas e Projectos de Investimento	Lisboa, 24 28 Maio-71 INII
O Teleprocessamento na Empresa (Jornadas)	Lisboa, 24-28 Maio-71 INII
Synthèses Régionales des Ressources en Granulats de Construction et de Viabilité (Ciclo do ITBTP)	Paris, 25 Maio-71 ITBTP
Phénomenes de Corrosión et d'Anticorrosion (Coincide com as 24.as Jornadas do Cebedeau)	Liège 28-29 Maio-71 Cebedeau

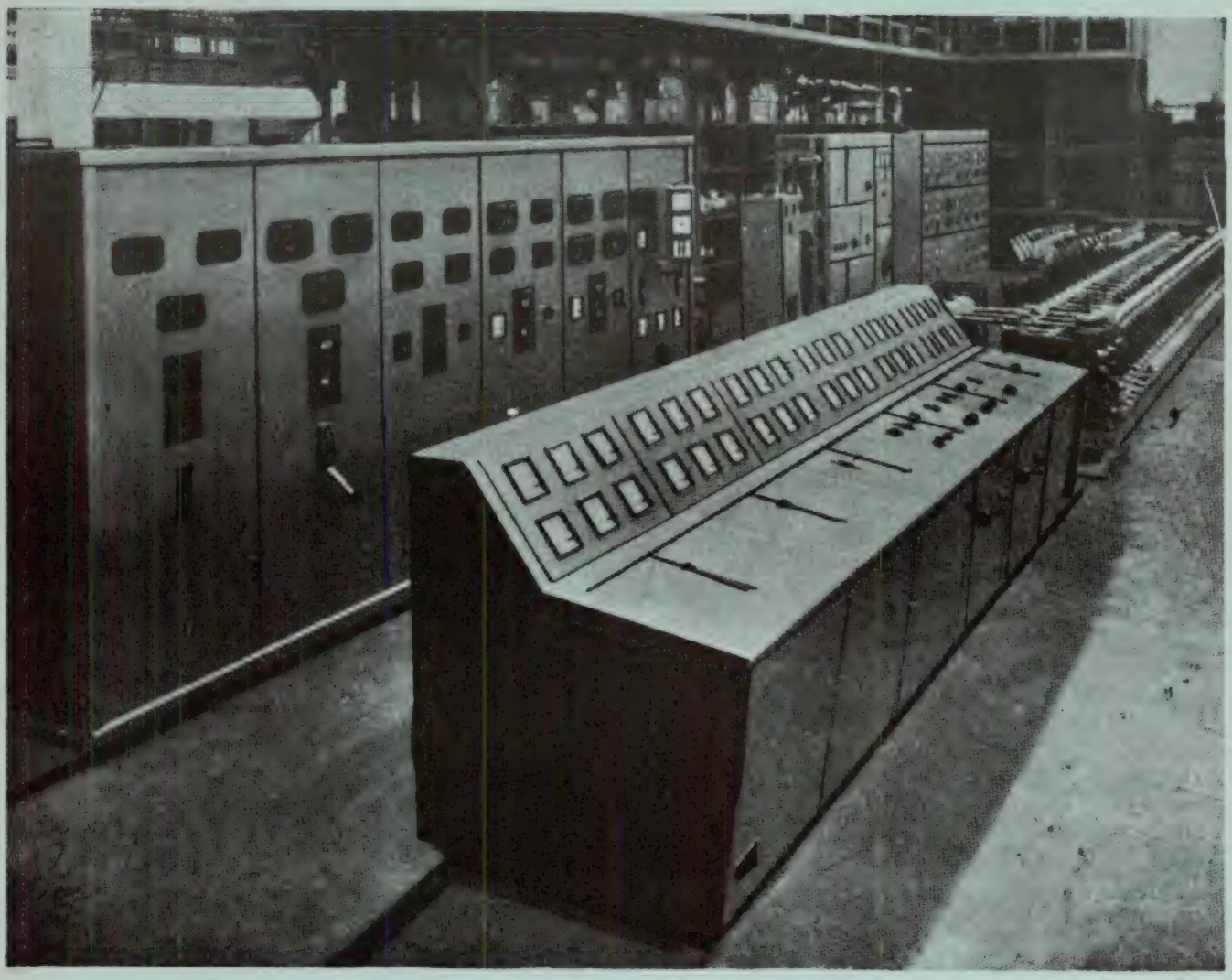
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743

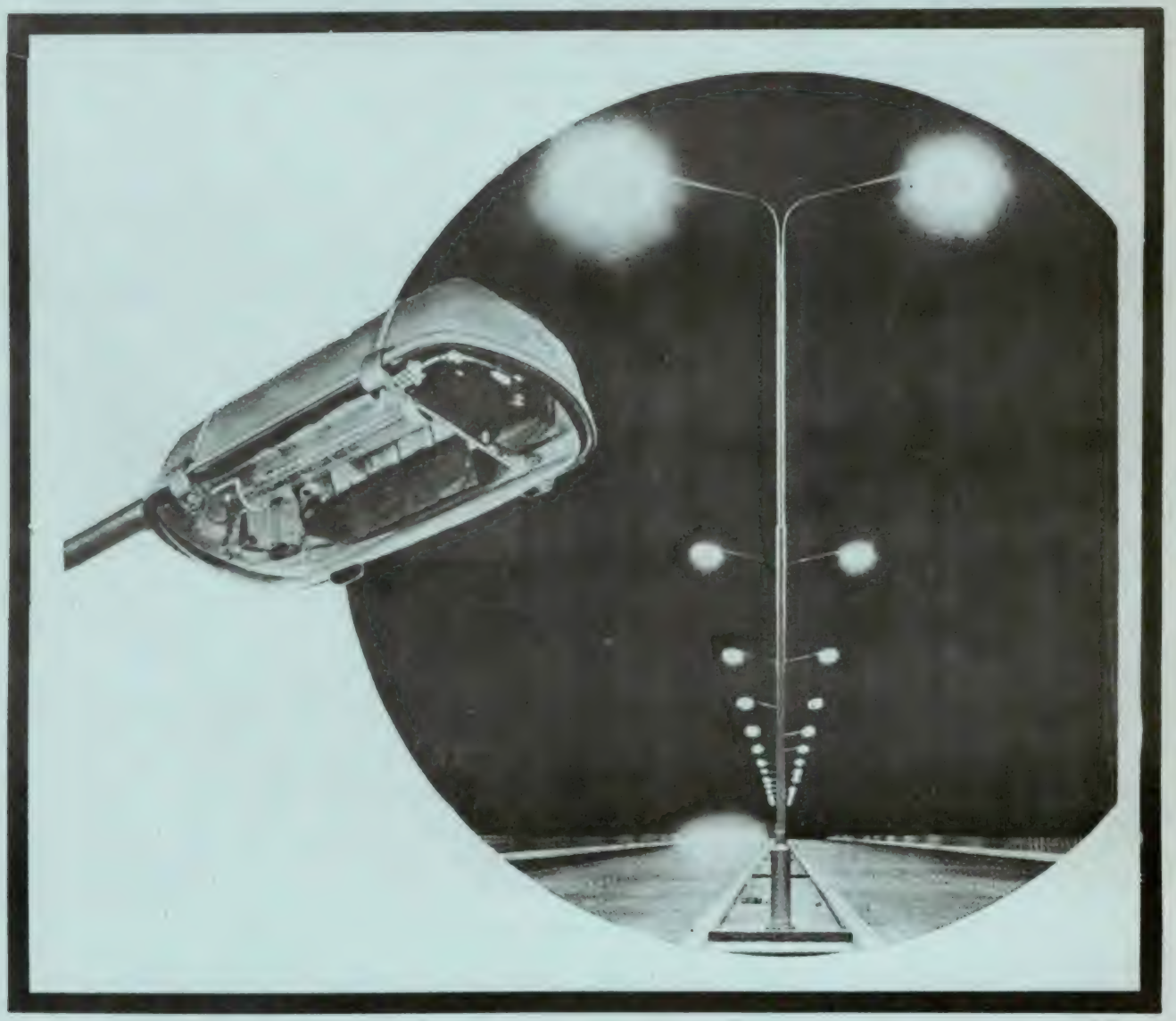


Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

ARMADURA DE ILUMINAÇÃO

TIPO **HS**



1. Armadura tipo HS, modelos com e sem incorporação dos acessórios, para lâmpada vapor de sódio.
2. Leixões: viaduto do complexo rodoviário da Doca n.º 2

CONSTRUÇÕES ELÉCTRICAS SCHRÉDER, LDA.

P. José Fontana, 25 Lisboa-1 Tel. 56 10 01

C. D. U. 624.072.32

ARCO ANGULAR SIMÉTRICO DE ESPESSURA CONSTANTE

por J. S. BRAZÃO FARINHA
Eng.º Civil (I.S.T.)

RESUMO

Este artigo contém um formulário e tabelas para o cálculo do arco angular de espessura constante, nas hipóteses de articulação e de encastramento nos dois apoios, e de articulação num deles e encastramento no outro. Apresentam-se vários exemplos de aplicação sobretudo tendo em vista o esclarecimento do problema dos tirantes.

SYNOPSIS

This paper presents formulae and tables for the design of two-hinged, one-hinged and hingeless angular arches of constant section. Some examples are shown

Consideramos o arco angular simétrico de espessura constante cuja geometria foi definida nesta Revista n.º 310, Março de 1961. Tomando o sistema de eixos de referência indicado na figura 1, a equação da linha média do arco, será,

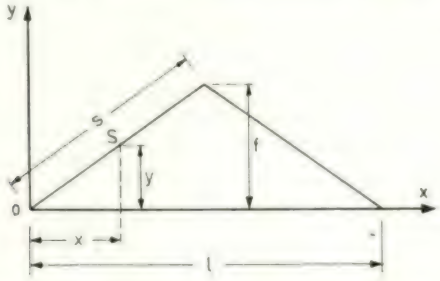


Fig. 1 — Arco angular e sistema de eixos de referência

$$\left.\begin{array}{l} 0 \leqslant x \leqslant \dfrac{l}{2}, \quad y = \dfrac{2\,f}{l}\,x \\ \dfrac{l}{2} < x \leqslant l, \quad y = \dfrac{2\,f}{l}\,(l-x) \end{array}\right| \; ds = \frac{2\,s}{l}\,dx$$

A análise do arco angular segue a par e passo o estudo apresentado na Técnica n.º 235, Outubro de 1953 para um arco de directriz parabólica, preferindo-se este procedimento por ser de aplicação geral, a qualquer forma de arco.

Sendo fácil, no arco angular, exprimir s em função de x, em todos os integrais que intervêm no cálculo consideramos esta última variável e teremos:

$$\int_0^l ds = \frac{2\,s}{l}\int_0^l dx = 2\,s$$

$$\int_0^l y\,ds = \frac{4\,f\,s}{l^2}\int_0^{l} x dx +$$

$$+\frac{4\,f\,s}{l^2}\int_{l/2}^{l} l\,dx - \frac{4\,f\,s}{l^2}\int_{l/2}^{l} x dx = f\,s$$

$$\int_0^l y^2\,ds = \frac{8\,f^2\,s}{l^3}\int_0^{l/2} x^2\,dx +$$

$$+\frac{8\,f^2\,s}{l^3}\int_{l/2}^{l}(l^2 + x^2 - 2\,l\,x)\,dx = \frac{2\,f^2\,s}{3}$$

$$\int_0^l x\,ds = s\,l$$

$$\int_0^l x^2 ds = \frac{2\,s}{l}\int_0^l x^2\,dx = \frac{2\,s\,l^2}{3}$$

$$\int_0^l x\,y\,ds = \frac{4\,f\,s}{l^2}\int_0^{l/2} x^2\,dx +$$

$$+\frac{4\,f\,s}{l^2}\int_{l/2}^{l}(l\,x - x^2)\,dx = \frac{f\,s}{2}\,l$$

Para $a \leqslant \dfrac{l}{2}$ teremos

$$\int_a^l ds = \frac{2\,s}{l}\,(l-a)$$

$$\int_a^l y\,ds = \frac{4\,f\,s}{l^2}\int_a^{l/2} x\,dx +$$

$$+ \frac{4\,f\,s}{l^2} \int_{l/2}^{l} (l-x)\,dx = \frac{fs}{l^2}\,(l^2-2a^2)$$

$$\int_a^l y^2\,ds = \frac{8\,f^2\,s}{3\,l^3}\left(\frac{l^3}{8}-a^3\right)+$$

$$+ \frac{8\,f^2\,s}{l^3}\,\frac{l^3}{24} = \frac{2\,f^2\,s}{3\,l^3}\,(l^3-4a^3)$$

$$\int_a^l x\,y\,ds = \frac{4\,f\,s}{3\,l^3}\left(\frac{l^3}{8}-a^3\right)+$$

$$+ \frac{4\,f\,s}{l^2}\left(\frac{3}{8}\,l^3-\frac{7}{24}\,l^3\right) = \frac{fs}{6\,l^2}\,(3\,l^3-8\,a^3)$$

$$\int_a^l x\,ds = \frac{s}{l}\,(l^2-a^2)$$

$$\int_a^l x^2\,ds = \frac{2\,s}{3\,l}\,(l^3-a^3)$$

Os valores que correspondem a $a > \frac{l}{2}$ podem ser deduzidos fàcilmente dos que correspondem a $a < \frac{l}{2}$, pelo que não se consideram explìcitamente.

Vamos admitir como hipóteses de sustentação a existência de encastramentos perfeitos nos dois apoios, articulação num deles e encastramento perfeito no outro apoio e ainda, duas articulações, uma em cada um dos apoios.

1 — A aplicação de cargas exteriores quaisquer, que produzem momento — $\mathfrak{M}$ resolve-se, para o arco perfeitamente encastrado nos dois apoios, pelo sistema de equações:

$$\begin{cases} M_{1-2}\int_0^l ds + V_1\int_0^l x\,ds - H_1\int_0^l y\,ds = \int_0^l \mathfrak{M}\,ds \\ M_{1-2}\int_0^l y\,ds + V_1\int_0^l x\,y\,ds - \\ -H_1\int_0^l y^2\,ds = \int_0^l \mathfrak{M}\,y\,ds \\ M_{1-2}\int_0^l x\,ds + V_1\int_0^l x^2\,ds - \\ -H_1\int_0^l x\,y\,ds = \int_0^l \mathfrak{M}\,x\,ds \end{cases}$$

Para o arco articulado nas nascenças há a considerar uma só incógnita hiperestática, a impulsão H_1, que se determina pela 2.ª equação deste sistema fazendo $M_{1-2} = 0$ e tomando para V_1 o valor isostático, isto é, o correspondente do arco de três articulações. No caso do arco articulado num dos apoios, e encastrado no outro, são duas as incógnitas (H_1 e V_1) que se determinam pelo sistema de duas equações que resulta fazendo $M_{1-2} = 0$ nas duas últimas equações do sistema anterior.

1.1 — Carga concentrada vertical P

Neste caso é $\mathfrak{M} = P\,(x-a)$, com o sinal trocado, por ter passado para o 2.º membro da equação, e temos, na hipótese de arco perfeitamente encastrado nos dois apoios, o seguinte, de acordo com a fig. 2.

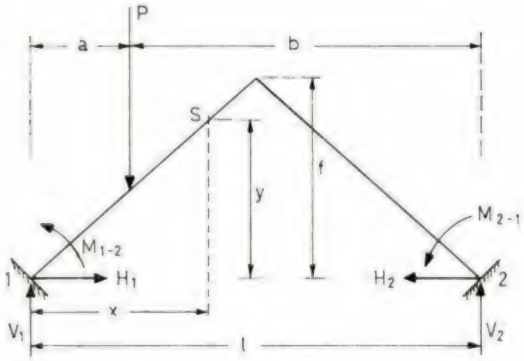


Fig. 2 — Actuação da carga concentrada vertical P no arco encastrado nas nascenças

$$\begin{cases} s\left[2\,M_{1-2} + l\,V_1 - f\,H_1\right] = P\int_a^l (x-a)\,ds \\ fs\left[M_{1-2} + \frac{l}{2}\,V_1 - \frac{2}{3}\,f\,H_1\right] = \\ = P\int_a^l (x-a)\,y\,ds \\ s\,l\left[M_{1-2} + \frac{2}{3}\,l\,V_1 - \frac{f}{2}\,H_1\right] = \\ = P\int_a^l (x-a)\,x\,ds \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\,M_{1-2} + l\,V_1 - f\,H_1 = \dfrac{P}{l}\,(l-a)^2 \\ M_{1-2} + \dfrac{l}{2}\,V_1 - \dfrac{2}{3}\,f\,H_1 = \\ = \dfrac{P}{6\,l^2}\,(3\,l^3 + 4\,a^3 - 6\,a\,l^2) \\ l\,M_{1-2} + \dfrac{2}{3}\,l^2\,V_1 - \dfrac{f\,l}{2}\,H_1 = \\ = \dfrac{P}{3\,l}\,(2\,l^3 + a^3 - 3\,a\,l^2) \end{cases}$$

e vem

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= \frac{Pa^2}{f\,l^2}\,(3\,l - 4\,a) \\ V_1 &= \frac{P}{l^3}\,(2\,a^3 + l^3 - 3\,a^2\,l) \\ M_{1-2} &= -\frac{Pa}{2\,l^2}\,(2\,l^2 + 6\,a^2 - 7\,a\,l) \end{aligned}\right\}$$

donde

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= \frac{Pa^2}{f\,l^2}\,(3\,l - 4\,a) \\ V_1 &= \frac{Pa^2}{l^3}\,(3\,l - 2\,a) \\ M_{1-2} &= \frac{Pa^2}{2\,l^2}\,(l - 2\,a) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

No caso de $a > \dfrac{l}{2}$ temos, trocando 1 com 2 e a com b,

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= \frac{Pb^2}{f\,l^2}\,(3\,l - 4\,b) \\ V_1 &= \frac{Pb^2}{l^3}\,(3\,l - 2\,b) \\ M_{1-2} &= \frac{Pb^2}{2\,l^2}\,(2\,l - 2\,b) \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= \frac{Pb^2}{f\,l^2}\,(3\,l - 4\,b) \\ V_1 &= \frac{P}{l^3}\,(2\,b^3 + l^3 - 3\,b^2\,l) \\ M_{1-2} &= -\frac{Pb}{2\,l^2}\,(2\,l^2 + 6\,b^2 - 7\,b\,l) \end{aligned}\right\} \quad (1a)$$

O arco articulado em 1 e perfeitamente encastrado em 2 (fig. 3) resolve-se conforme o atrás referido, pelo sistema de equações

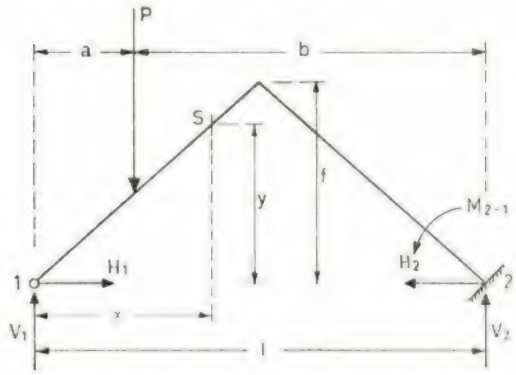


Fig. 3 — Actuação da carga concentrada vertical P no arco articulado em 1 e encastrado em 2

$$\begin{cases} \dfrac{l}{2}\,V_1 - \dfrac{2}{3}\,f\,H_1 = \dfrac{P}{6\,l^2}\,(3\,l^3 + 4a^3 - 6a\,l^2) \\ \dfrac{2\,l^2}{3}\,V_1 - \dfrac{f\,l}{2}\,H_1 = \dfrac{P}{3\,l}\,(2\,l^3 + a^3 - 3a\,l^2) \end{cases}$$

e vem

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= \frac{2\,Pa}{7\,f\,l^2}\,(3\,l^2 - 5a^2) \\ V_1 &= \frac{P}{7\,l^3}\,(7\,l^3 - 6a\,l^2 - 4a^3) \\ M_{1-2} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (1^*)$$

donde

$$\left.\begin{aligned} H_2 &= H_1 \\ V_2 &= \frac{2Pa}{7\,l^3}\,(3\,l^2 + 2a^2) \\ M_{2-1} &= \frac{Pa}{7\,l^2}\,(l^2 - 4a^2) \end{aligned}\right\}$$

É de notar que o valor de M_{2-1} pode ser directamente deduzido do arco perfeitamente encastrado nos dois apoios, a partir do coeficiente de transmissão, ver parágrafo 4. Conhecido M_{2-1} por este processo, os valores de V_1 e H_2 podem ser deduzidos a partir do arco articulado em 1 e 2 atendendo ao n.º 1.6, adiante referido.

Com efeito, pelo que se refere a M_{2-1}, para que 1 seja uma articulação terá de nesse apoio ser nulo o momento. Aplicando em 1 um momento igual e contrário a M_{1-2} para anular este, aparece

em 2 um momento adicional $\eta\, M_{1-2}$ sendo η o coeficiente de transmissão que neste caso é igual a $-\frac{1}{7}$.

$$M_{2-1} = \frac{Pa^2}{2\,l^2}(l - 2a) + \frac{1}{7}\,\frac{Pa}{2\,l^2}(2\,l^2 + 6a^2 - 7a\,l) = \frac{Pa}{7\,l^2}(l^2 - 4a^2)$$

No respeitante a H_1 o cálculo, a partir do arco articulado, faz-se como segue

$$H_1 = \frac{P\,a}{4f\,l^2}(3\,l^2 - 4\,a^2) + \frac{3}{4f}\,\frac{P\,a}{7\,l^2}(l^2 - 4\,a^2) = \frac{2\,P\,a}{7\,f\,l^2}(3\,l^2 - 5\,a^2)$$

sendo a 1.ª parcela a impulsão do arco articulado em 1 e em 2 (fig. 4) que a seguir se apresenta.

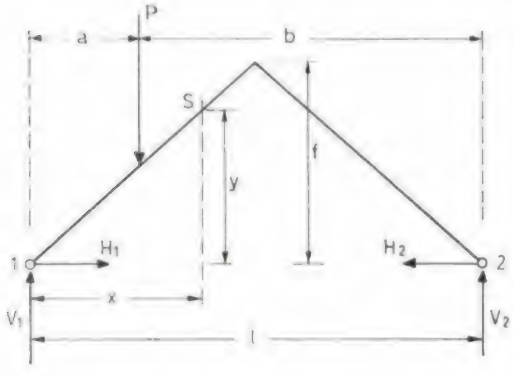


Fig. 4 — Actuação da carga vertical P no arco articulado em 1 e em 2

Finalmente V_1 será dado por

$$V_1 = \frac{P\,b}{l} + \frac{P\,a}{7\,l^3}(l^2 - 4\,a^2) = \frac{P}{7\,l^3}(7\,l^3 - 6\,a\,l^2 - 4\,a^3)$$

sendo também a 1.ª parcela desta soma a reacção do arco articulado em 1 e em 2, valor que também é adiante apresentado. Como se vê, estes resultados coincidem com os anteriormente determinados.

Para a hipótese de ser $a > \frac{l}{2}$ isto é, a carga passar para a metade direita do arco, será

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= \frac{2\,P\,b^2}{7\,f\,l^2}(9\,l - 11\,b) \\ V_1 &= \frac{4\,P\,b^2}{7\,l^3}(6\,l - 5\,b) \\ V_2 &= \frac{P}{7\,l^3}(7\,l^3 - 24\,b^2\,l + 20\,b^3) \\ M_{2-1} &= -\frac{P\,b}{7\,l^2}(7\,l^2 + 20\,b^2 - 24\,b\,l) \end{aligned}\right\} \quad (1\,a^*)$$

Para o arco de duas articulações nas nascenças, fazendo na 2.ª equação $M_{1-2} = 0$, $V_1 = \frac{Pb}{2}$ vem

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= \frac{P\,a}{4\,f\,l^2}(3\,l^2 - 4\,a^2) \\ V_1 &= \frac{P\,b}{l}\,;\; V_2 = \frac{P\,a}{l} \end{aligned}\right| \quad (1^{**})$$

na hipótese de ser $a \leqslant \frac{l}{2}$. No caso de ser $a \geqslant \frac{l}{2}$

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= \frac{P\,b}{4\,f\,l^2}(3\,l^2 - 4\,b^2) \\ V_1 &= \frac{P\,b}{l}\,;\; V_2 = \frac{P\,a}{l} \end{aligned}\right| \quad (1a^{**})$$

1.2 — Carga concentrada horizontal P

Neste caso, como se indica na fig. 5, será, também com o sinal trocado, $\mathfrak{M} = P\,(y - c) = P\left(y - \frac{2\,a\,f}{l}\right)$ donde

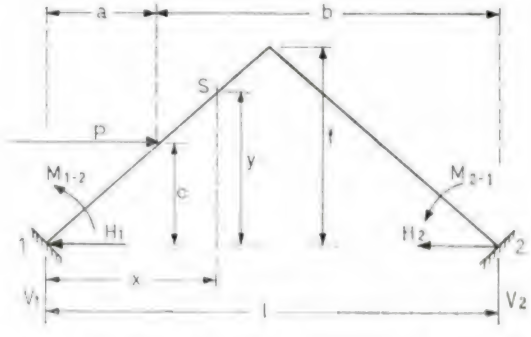


Fig. 5 — Actuação de carga concentrada horizontal P no arco encastrado nas nascenças

$$P\int_a^l y\,ds - \frac{2\,f\,a}{l}\,P\int_a^l ds = \frac{P\,f\,s}{l^2}(l^2 - 4\,a^2)$$

$$P\int_a^l y^2\,ds - \frac{2\,f\,a\,P}{l}\,P\int_a^l y\,ds =$$

$$= \frac{2\,P\,f^2\,s}{3\,l^3}\,b\,(b^2 - 3\,a^2)$$

$$P\int_a^l xy\,ds - \frac{2\,f\,a\,P}{l}\int_a^l x\,ds =$$

$$= \frac{P\,f\,s}{6\,l^2}\,(3\,b^3 - 5\,a^3 - 15\,a^2\,b - 3\,a\,b^2)$$

e teremos para o arco encastrado nos apoios o seguinte sistema de equações:

$$\left\{\begin{array}{l} 2\,M_{1-2} + l\,V_1 - f\,H_1 = \dfrac{P\,f}{l^2}\,(l^2 - 4\,a^2) \\[2ex] M_{1-2} + \dfrac{l}{2}\,V_1 - \dfrac{2}{3}\,f\,H_1 = \\[2ex] \dfrac{2\,P\,b\,f}{3\,l^3}\,(b^2 - 3\,a^2) \\[2ex] M_{1-2} + \dfrac{2}{3}\,l\,V_1 - \dfrac{f}{2}\,H_1 = \\[2ex] \dfrac{P\,f}{6\,l^3}\,(3\,b^3 - 5\,a^3 - 15\,a^2\,b - 3\,a\,b^2) \end{array}\right.$$

que resolvido dá

$$\left.\begin{array}{l} H_1 = -\dfrac{P}{l^3}\,(l^3 + 8\,a^3 - 6\,a^2\,l) \\[2ex] V_1 = -\dfrac{2\,P\,a^2\,f}{l^4}\,(3\,l - 2\,a) \\[2ex] M_{1-2} = \dfrac{P\,a\,f}{l^3}\,(2\,l^2 - 7\,a\,l + 6\,a^2) \\[2ex] \text{donde} \\[2ex] H_2 = \dfrac{2\,P\,a^2}{l^3}\,(3\,l - 4\,a) \\[2ex] V_2 = \dfrac{2\,P\,a^2\,f}{l^4}\,(3\,l - 2\,a) \\[2ex] M_{2-1} = \dfrac{P\,a^2\,f}{l^3}\,(l - 2\,a) \end{array}\right\} \quad (2)$$

No caso de ser $a > \frac{l}{2}$ temos

$$\left.\begin{array}{l} H_1 = \dfrac{-2\,P\,b^2}{l^3}\,(3\,l - 4\,b) \\[2ex] V_1 = \dfrac{2\,P\,b^2\,f}{l^4}\,(3\,l - 2\,b) \\[2ex] M_{1-2} = -\dfrac{P\,b^2\,f}{l^3}\,(l - 2b) \\[2ex] H_2 = \dfrac{P}{l^3}\,(l^3 + 8\,b^3 - 6\,b^2\,l) \\[2ex] V_2 = -\dfrac{2\,P\,b^2\,f}{l^4}\,(3\,l - 2b) \\[2ex] M_{2-1} = \dfrac{P\,b\,f}{l^3}\,(2\,l^2 - 7\,b\,l + 6\,b^2) \end{array}\right\} \quad (2a)$$

Para o arco articulado em 1 e encastrado em 2, de acordo com o que dissemos no número anterior o problema poderá ser resolvido através do seguinte sistema de equações, no caso de ser $a < \frac{l}{2}$,

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{l}{2}\,V_1 - \dfrac{2}{3}\,f\,H_1 = \dfrac{2\,P\,b\,f}{3\,l^3}\,(b^2 - 3\,a^2) \\[2ex] \dfrac{2}{3}\,l\,V_1 - \dfrac{f}{2}\,H_1 = \\[2ex] = \dfrac{P\,f}{6\,l^3}\,(3\,b^3 - 5\,a^3 - 15\,a^2\,b - 3\,a\,b^2) \end{array}\right.$$

donde se tira

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = -V_2 = -\dfrac{4\,P\,a\,f}{7\,l^4}\,(5\,a^2 + 6\,a\,b + 3\,b^2) \\[2ex] H_1 = -\dfrac{P}{7\,l^3}\,(7\,b^3 - 3\,a^2\,b + 15\,a^3 + 9\,a\,b^2) \\[2ex] H_2 = \dfrac{4\,P\,a}{7\,l^3}\,(3\,l^2 - 5\,a^2) \\[2ex] M_{1-2} = 0 \\[2ex] M_{2-1} = V_1\,l + 2\,\dfrac{P\,a\,f}{l} = \\[2ex] \quad = \dfrac{2\,P\,a\,f}{7\,l^3}\,(l^2 - 4\,a^2) \end{array}\right\} \quad (2^*)$$

No caso de ser $a > \frac{l}{2}$ vem, anàlogamente,

$$\left.\begin{aligned}
V_1 &= -V_2 = -\frac{8Pb^2f}{7\,l^4}\,(l+5a)\\
H_1 &= -\frac{4Pb^2}{7\,l^3}\,(9a-2b)\\
H_2 &= -\frac{Pb}{7\,l^3}\,(7a^3+15b^3+21ab^2-15ab^2)\\
M_{1-2} &= 0\\
M_{2-1} &= \frac{2\,Pbf}{7\,l^3}\,(7a^2+3b^2-10ab)
\end{aligned}\right\}\quad (2a^*)$$

Para o arco articulado em 1 e em 2, fazendo na 2.ª equação $M_{1-2} = 0$ $V_1 = -\dfrac{2\,Paf}{l^2}$ temos, para $a \leqslant \dfrac{l}{2}$

$$\left.\begin{aligned}
V_1 &= -V_2 = -\frac{2\,Paf}{l^2}\\
H_1 &= -\frac{P}{2\,l^3}\,(2b^3+3a^3+3ab^2)\\
H_2 &= P - H_1 = \frac{Pa}{2l^3}\,(3l^2-4a^2)
\end{aligned}\right\}\quad (2^{**})$$

e para $a \geqslant \dfrac{l}{2}$

$$\left.\begin{aligned}
V_1 &= -V_2 = \frac{2\,Pbf}{l^2}\\
H_1 &= \frac{Pb}{2l^3}\,(3\,l^2-4b^2)\\
H_2 &= -\frac{P}{2\,l^3}\,(2a^3+3b^3+3a^2b)
\end{aligned}\right\}\quad (2a^{**})$$

1.3 — Carga uniformemente distribuída vertical

Teremos, no caso da carga sobre meio vão, (fig. 6), para $\mathfrak{M}$, com o sinal trocado, as seguintes expressões:

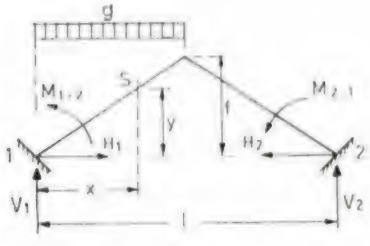


Fig. 6 — Actuação da carga vertical uniformemente distribuída em $^1/_2$ vão, no arco encastrado nas nascenças

$$\mathfrak{M} = \frac{gx^2}{2} \text{ para } x \leqslant \frac{l}{2}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{gl}{8}\,(4x-l) \text{ para } x > \frac{l}{2}$$

e portanto virá

$$\int_0^l \mathfrak{M}\,ds = \frac{gs}{l}\int_0^{l/2} x^2\,dx + \frac{gs}{4}\int_{l/2}^{l}(4x-l)\,dx = \frac{7\,gs\,l^2}{24}$$

$$\int_0^l \mathfrak{M}\,y\,ds = \frac{2\,gsf}{l^2}\int_0^{l/2} x^3\,dx + \frac{gsf}{2\,l}\int_{l/2}^{l}(5\,lx-4x^2-l^2)\,dx = \frac{13}{96}\,gsf\,l^2$$

$$\int_0^l \mathfrak{M}\,x\,ds = \frac{gs}{l}\int_0^{l/2} x^3\,dx + \frac{gs}{4}\int_{l/2}^{l}(4x^2-lx)\,dx = \frac{23}{192}\,gs\,l^3$$

donde, na hipótese do arco encastrado nas duas nascenças 1 e 2

$$\left\{\begin{aligned}
&2\,M_{1-2} + l\,V_1 - f\,H_1 = \frac{7\,g\,l^2}{24}\\
&M_{1-2} + \frac{l}{2}\,V_1 - \frac{2}{3}\,f\,H_1 = \frac{13}{96}\,g\,l^2\\
&M_{1-2} + \frac{2}{3}\,l\,V_1 - \frac{f}{2}\,H_1 = \frac{41}{192}\,g\,l^2
\end{aligned}\right.$$

$$\left.\begin{aligned}
H_1 &= \frac{3}{48}\,\frac{g\,l^2}{f}\\
V_1 &= \frac{13}{32}\,g\,l\\
M_{1-2} &= -\frac{5}{192}\,g\,l^2\\
H_2 &= \frac{3}{48}\,\frac{g\,l^2}{f}\\
V_2 &= \frac{3}{32}\,g\,l\\
M_{2-1} &= \frac{1}{192}\,g\,l^2
\end{aligned}\right\}\quad (3)$$

Para o arco articulado em 1 e encastrado em 2

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= \frac{19}{224}\,\frac{g\,l^2}{f} \\ V_1 &= \frac{43}{112}\,g\,l \\ V_2 &= \frac{13}{112}\,g\,l \\ M_{2-1} &= \frac{g\,l^2}{112} \end{aligned}\right\} \qquad (3^*)$$

Para o arco articulado em 1 e em 2

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{3}{8}\,g\,l \\ V_2 &= \frac{1}{8}\,g\,l \\ H_1 = H_2 &= \frac{5}{64\,f}\,g\,l^2 \end{aligned}\right\} \qquad (3^{**})$$

Se a carga uniformemente distribuída cobrir todo o vão teremos o seguinte:

Arco encastrado em 1 e em 2

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= \frac{g\,l^2}{8\,f} \\ V_1 = V_2 &= \frac{g\,l}{2} \\ M_{1-2} = M_{2-1} &= -\frac{g\,l^2}{48} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Arco articulado em 1 e encastrado em 2

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= \frac{g\,l^2}{7\,f} \\ V_1 &= \frac{27}{56}\,g\,l \\ V_2 &= \frac{29}{56}\,g\,l \\ M_{2-1} &= -\frac{g\,l^2}{56} \end{aligned}\right\} \qquad (4^*)$$

Arco articulado em 1 e em 2

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= \frac{5\,g\,l^2}{32\,f} \\ V_1 = V_2 &= \frac{g\,l}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (4^{**})$$

1.4 — Carga uniformemente distribuída horizontal

As expressões de $\mathfrak{M}$, com o sinal trocado, são:

$$\mathfrak{M} = \frac{g y^2}{2} \qquad x \leqslant \frac{l}{2}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{g f}{2}\,(2y - f) \quad x > \frac{l}{2}$$

e teremos

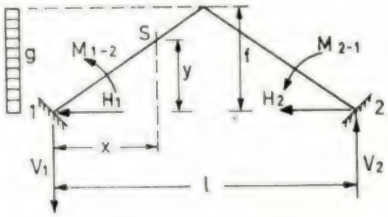


Fig. 7 — Actuação de uma carga horizontal distribuída na flecha, no arco encastrado nas nascenças

$$\int_0^l \mathfrak{M}\,ds = \frac{4\,g f^2\,s}{l^3}\int_0^{l/2} x^2\,dx - \frac{g f^2\,s}{l^2}\int_{l/2}^{l} (4x - 3\,l)\,dx = \frac{g f^2\,s}{6}$$

$$\int_0^l \mathfrak{M}\,y\,ds = \frac{8\,g f^3\,s}{l^4}\int_0^{l/2} x^3\,dx - \frac{2\,g f^3\,s}{l^3}\int_{l/2}^{l} (7\,l x - 4x^2 - 3\,l^2)\,dx = \frac{5\,g f^3\,s}{24}$$

$$\int_0^l \mathfrak{M}\,y\,ds = \frac{4\,g f^2\,s}{l^3}\int_0^{l/2} x^3\,dx - \frac{g f^2\,s}{l^2}\int_{l/2}^{l} (4x^2 - 3\,l x)\,dx = \frac{g f^2\,s\,l}{48}$$

Vem portanto no caso do arco encastrado em 1 e em 2,

$$\left.\begin{aligned} 2\,M_{1-2} + l\,V_1 - f\,H_1 &= \frac{g f^2}{6} \\ M_{1-2} + \frac{l}{2}\,V_1 - \frac{2}{3}\,f\,H_1 &= \frac{5\,g f^2}{24} \\ M_{1-2} + \frac{2}{3}\,l\,V_1 - \frac{f}{2}\,H_1 &= \frac{g f^2}{48} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= -\frac{3}{4}\,gf \\ V_1 &= -\frac{3}{8}\,\frac{gf^2}{l} \\ M_{1-2} &= -\frac{5}{48}\,gf^2 \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

$$\left.\begin{aligned} H_2 &= \frac{1}{4}\,gf \\ V_2 &= \frac{3}{8}\,\frac{gf^2}{l} \\ M_{2-1} &= \frac{gf^2}{48} \end{aligned}\right\}$$

Para o arco articulado em 1 e encastrado em 2, vem

$$\left\{\begin{aligned} & l\,V_1 - f\,H_1 = \frac{gf^2}{6} \\ & \frac{l}{2}\,V_1 - \frac{2}{3}\,f\,H_1 = \frac{5\,gf^2}{24} \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} V_1 &= -\frac{13\,gf^2}{24\,l} \\ H_1 &= -\frac{3}{8}\,gf \end{aligned}\right.$$

ou seja

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= -V_2 = -\frac{7}{12}\,\frac{gf^2}{l} \\ H_1 &= -\frac{3}{4}\,gf \\ H_2 &= \frac{1}{4}\,gf \\ M_{1-2} &= 0 \\ M_{2-1} &= -\frac{gf^2}{12} \end{aligned}\right\} \qquad (5^*)$$

No caso do arco bi-articulado, será

$$V_1 = -\frac{gf^2}{2\,l}\ ;\ V_2 = \frac{gf^2}{2\,l}$$

e, da 2.ª equação, fazendo $M_{1-2} = 0$, tiramos

$$H_1 = -\frac{11\,gf}{16}\ ;\ H_2 = \frac{5\,gf}{16} \qquad (5^{**})$$

1.5 — Actuação do momento M_o no fecho

Teremos, fig. 8, $\mathfrak{M} = 0$ à esquerda do fecho e, com o sinal trocado, $\mathfrak{M} = -M_o$ à direita deste. Será

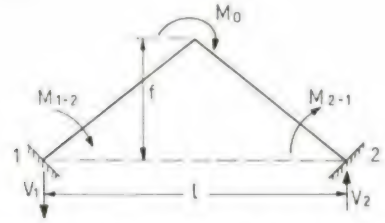


Fig. 8 — Actuação do momento M_o na secção do fecho

$$\left\{\begin{aligned} & \int_{l/2}^{l} -M_o\,ds = -M_o\,s \\ & \int_{l/2}^{l} -M_o\,y\,ds = -M_o \int_{l/2}^{l} \frac{2f}{l}\,(l-x)\,dx = \\ & \qquad = -\frac{fs}{2}\,M_o \\ & \int_{l/2}^{l} -M_o\,x\,ds = -\frac{3\,l\,s}{4}\,M_o \end{aligned}\right.$$

Vem portanto, no caso do arco encastrado, o sistema de equações

$$\left\{\begin{aligned} & 2\,M_{1-2} + l\,V_1 - f\,H_1 = -M_o \\ & M_{1-2} + \frac{l}{2}\,V_1 - \frac{2}{3}\,f\,H_1 = -\frac{1}{2}\,M_o \\ & M_{1-2} + \frac{2}{3}\,l\,V_1 - \frac{f}{2}\,H_1 = -\frac{3}{4}\,M_o \end{aligned}\right.$$

Para o arco articulado em 1 e encastrado em 2,

$$\left.\begin{aligned} & V_1 = -V_2 = -\frac{3\,M_o}{2\,l} \\ & H_1 = H_2 = 0 \\ & M_{1-2} = \frac{M_o}{4}\ ;\ M_{2-1} = -\frac{M_o}{4} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= -V_2 = -\frac{9}{7}\,M_o \\ H_1 &= H_2 = -\frac{3}{14}\,\frac{M_o}{l} \\ M_{1-2} &= 0 \\ M_{2-1} &= -\frac{2}{7}\,\frac{M_o}{l} \end{aligned}\right\} \qquad (6^*)$$

Para o arco articulado em 1 e 2,

$$V_1 = -\frac{M_o}{l}\,;\ H_1 = H_2 = 0 \quad (6^{**})$$

1.6 — Aplicação de momentos nos apoios do arco articulado

Aplicando momentos M_{1-2} e M_{2-1} nos apoios articulados resulta da 2.ª equação, por ser $\mathfrak{M} = 0$ e

$$V_1 = -V_2 = \frac{M_{2-1} - M_{1-2}}{l}\text{, que:}$$

$$H_1 = H_2 = \frac{3}{4f}(M_{2-1} - M_{1-2})$$

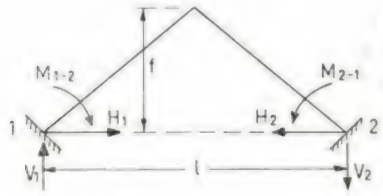


Fig. 9 — Aplicação de momentos M_{1-2} e M_{2-1} nos apoios do arco

2 — O deslocamento no sentido horizontal Δ_x do apoio esquerdo exprime-se para o arco encastrado em 1 e em 2, pelo sistema de equações

$$\begin{cases} s(2M_{1-2} + l V_1 - f H_1) = 0 \\ f s (M_{1-2} + \frac{l}{2} V_1 - \frac{2}{3} f H_1) = E I \Delta_x \\ s l (M_{1-2} + \frac{2}{3} l V_1 - \frac{f}{2} H_1) = 0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= -\frac{6EI}{f^2 s}\Delta_x \\ V_A = V_2 &= 0 \\ M_{1-2} M_{2-1} &= \frac{3EI}{fs}\Delta_x \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Para o arco articulado em 1 e encastrado em 2

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= \frac{24EI}{7f^2 s}\Delta_x \\ V_1 = V_2 &= \frac{9EI}{10fs}\Delta_x \\ M_{2-1} &= -\frac{18EI}{7fs}\Delta_x \end{aligned}\right\} \quad (6^*)$$

Para o arco articulado em 1 e em 2

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= -\frac{3EI}{2f^2 s}\Delta_x \\ V_1 = V_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (6^{**})$$

3 — O deslocamento no sentido vertical Δ_y do apoio esquerdo do arco encastrado em 1 e em 2 é expresso por

$$\begin{cases} 2M_{1-2} + l V_1 - f H_1 = 0 \\ M_{1-2} + \frac{l}{2} V_1 - \frac{2}{3} f H_1 = 0 \\ M_{1-2} + \frac{2}{3} l V_1 - \frac{f}{2} H_1 = -\frac{EI}{sl}\Delta_y \end{cases}$$

donde se tira para o arco encastrado em 1 e em 2

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= 0 \\ V_1 = -V_2 &= -\frac{6EI}{sl^2}\Delta_y \\ M_{1-2} = -M_{1-2} &= \frac{3EI}{sl}\Delta_y \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

para o arco articulado em 1 e encastrado em 2

$$\left.\begin{aligned} H_1 = H_2 &= -\frac{18}{7}\frac{EI}{fsl}\Delta_y \\ V_1 = -V_2 &= -\frac{24EI}{7sl^2}\Delta_y \\ M_{2-1} &= -\frac{24EI}{7sl}\Delta_y \end{aligned}\right\} \quad (7^*)$$

No caso do arco articulado nas duas nascenças,

$$H_1 = H_2 = V_1 = V_2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7^{**})$$

É de notar que o deslocamento Δ_y do apoio 2 do arco articulado em 1 e encastrado em 2 também não introduz esforços no arco.

4 — A rotação θ do apoio 1 do arco encastrado em 2 é traduzida pelo sistema de equações

$$\begin{cases} 2M_{1-2} + l V_1 - f H_1 = -\frac{EI}{sl}\theta \\ M_{1-2} + \frac{l}{2} - V_1 - \frac{2}{2} f H_1 = 0 \\ M_{1-2} + \frac{2}{3} l V_1 - \frac{f}{2} H_1 = 0 \end{cases}$$

donde se tira

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= \frac{3EI}{fs}\,\theta \\ V_1 &= -\frac{3EI}{s\,l}\,\theta \\ M_{1-2} &= \frac{7EI}{2s}\,\theta \\ H_2 &= \frac{3EI}{sf}\,\theta \\ V_2 &= \frac{3EI}{sf}\,\theta \\ M_{2-1} &= \frac{EI}{2s}\,\theta \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Rigidez do arco igual a M_{1-2} para $\theta = 1$

$$K = \frac{7}{2}\,\frac{EI}{s} \quad \ldots\ldots\ldots (9$$

Coeficiente de transmissão η de 1 para 2 (e de 2 para 1, dada a simetria do arco),

$$\eta = -\frac{M_{2-1}}{M_{1-2}} = -\frac{1}{7} \quad \ldots\ldots (10)$$

Na hipótese do arco articulado em 2 e encastrado em 1 teremos $M_{2-1} = 0$ podendo a hipótese da rotação θ do apoio 1 ser deduzida da anterior.

Partindo das expressões anteriores de M_{1-2} e M_{2-1} aplicamos à extremidade 2 um momento $-M_{2-1}$ para o anular. Vem

$$M_{1-2} = \frac{7EI}{2s}\,\theta - \frac{EI}{14s}\,\theta = \frac{24EI}{7s}\,\theta$$

Portanto será, agora, $\eta = 0$, $K_{1-2} = \dfrac{24EI}{7s}$

Na prática do método de Cross, nos casos de simetria pode-se entrar só com metade da estrutura tomando para o meio arco uma rigidez fictícia K_v.

a) Quando a estrutura é simétrica e a carga também, em relação ao mesmo eixo de simetria, e este corta pelo meio o arco, tomar

$$K_v = K\,(1-\eta) = \frac{6}{7}\,K = \frac{3EI}{s}$$

b) Quando a estrutura é simétrica e a carga também, mas o eixo comum de simetria coincide com o eixo de uma barra, esta não está sujeita a flexões e pode considerar-se a metade da estrutura à esquerda desta barra, encastrada na secção de ligação do arco à barra em referência. Tomar para o arco $K_v = K = \dfrac{7EI}{2s}$

c) Quando a estrutura é simétrica e a carga antimétrica, em relação ao mesmo eixo de simetria, e este corta o arco pelo meio, tomar para o meio arco

$$K_v = K\,(1+\eta) = \frac{8}{7}\,K = \frac{4EI}{s}$$

Adiante apresentam-se exemplos de aplicação destas importantes simplificações de cálculo.

5 — EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Vamos aproveitar este tipo de arco principalmente para a apresentação de problemas relacionado com a utilização de tirantes, que é especialmente aplicável no caso de coberturas, em que a variação da carga é pequena, após construção.

Exemplo 1.º — Determinar os esforços actuantes no arco angular indicado na fig. 10, articulado nas nascenças.

De acordo com o quadro 1.

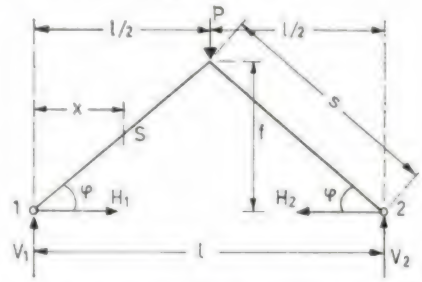


Fig. 10 — Arco angular, articulado nas nascenças, com carga concentrada P no fecho.

$$V_1 = V_2 = \frac{P}{2}$$

$$H_1 = H_1 = \frac{Pl}{4f}$$

Momentos flectores, esforços normais e transversos,

a) À esquerda do fecho

$$M_x = V_1 x - H_1 y - \mathfrak{M} = \frac{P}{2}x - \frac{Pl}{4f}\cdot\frac{2f}{4f}x = 0$$

$$N_x = V_1 \operatorname{sen}\varphi + H_1 \cos\varphi - \mathfrak{N} = \frac{P}{2}\cdot\frac{f}{s} +$$

$$+\frac{Pl}{4f}\frac{l}{2s}=\frac{Ps}{2f}$$

$$T_x = V_1 \cos\varphi - H_1 \operatorname{sen}\varphi - \tau = \frac{P}{2}\frac{l}{2s} - \frac{Pl}{4f}\frac{f}{s} = 0$$

a) À direita do fecho

$$M_x = \frac{P}{2}x - \frac{Pl}{4f}\frac{2f}{l}(l-x) - P\left(x-\frac{l}{2}\right) = 0$$

$$N_x = -\frac{P}{2}\frac{f}{s} + \frac{Pl}{4f}\frac{l}{2s} + \frac{Pf}{s} = \frac{Ps}{2f}$$

$$T_x = \frac{P}{2}\frac{l}{2s} + \frac{Pl}{4f}\frac{f}{s} - P\frac{l}{2s} = 0$$

concluindo-se que todas as secções estão solicitadas a uma compressão, de valor constante.

Exemplo 2.º — Resolver o problema correspondente à hipótese de carga do exemplo anterior, considerando um arco angular de momento de inércia I, de um material de módulo de elasticidade E, com tirante flexível, de secção S_t e material de módulo de elasticidade E_t, tendo em conta a deformação do tirante, e considerando o arco com um dos apoios móvel sem atrito (*).

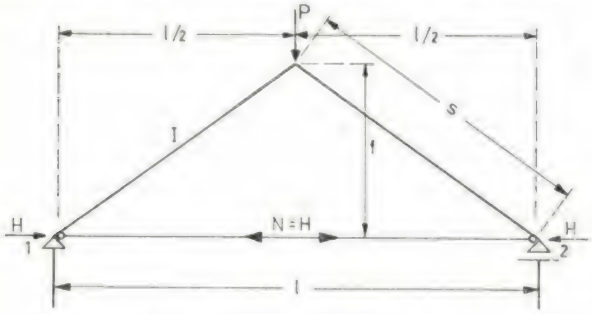


Fig. 11 — Arco angular, atirantado nas nascentes.

Este exemplo pode resolver-se através da consideração de um arco articulado sujeito a um deslocamento lateral de apoio Δ, igual à deformação do tirante, que se processa sob tensão variável entre o valor inicial da impulsão $\left(\frac{Pl}{4f}\right)$ e o valor final H. Será (quadro 1)

$$H = \frac{Pl}{4f} - \frac{3}{2}\frac{EI}{f^2 s}\Delta \quad \text{em que} \quad \Delta = \frac{Hl}{E_t S_t}$$

$$H = \frac{Pl}{4f\left(1+\frac{3}{2}\frac{EI\,l}{f^2 s E_t S_t}\right)} = \frac{Pl}{2f\alpha}$$

$$\text{em que } \alpha = \left(2+\frac{3\,EI\,l}{f^2 s E_t S_t}\right)$$

O esforço normal será constante ao longo do arco, $N_x = \frac{Hl+Pf}{2s}$ e o diagrama dos momentos flectores o indicado na fig. 12

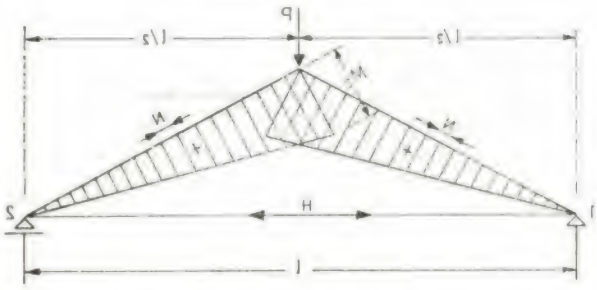


Fig. 12 — Diagrama dos momentos flectores respeitante à estrutura do exemplo 2.º

verificando-se o valor máximo na secção do fecho $M_0 = \frac{Pl}{4} - Hf$.

Exemplo 3.º — Considerar o arco do exemplo anterior, de momento de inércia constante I, mas munido de falso tirante (*) extensível à altura h.

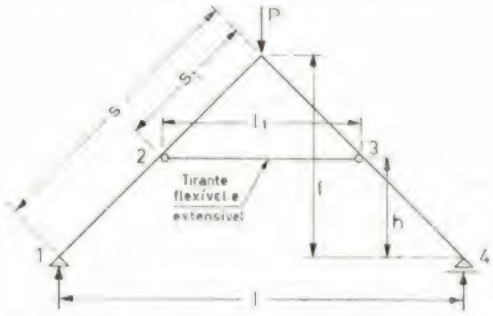


Fig. 13 — Arco angular, atirantado à altura h.

Dadas as condições de apoio, as reacções em 1 e 2 são verticais e isostáticas, pelo que a estrutura se comporta como viga nas secções à esquerda

(*) Há que esclarecer que um «arco» não é apenas caracterizado pela sua forma, mas pela existência de encontros capazes de reagirem às suas impulsões. Se um «arco» se apoia com possibilidade de deslocamento sem atrito sobre estes não tem impulsões e passa a comportar-se como viga. Todavia, uma viga com tirante, como se apresenta no exemplo, é um arco.

(*) O falso tirante é mais fácil de ocultar ou de admitir que o tirante aplicado às nascenças, cuja presença é, muitas vezes, ingrata, sobretudo em edifícios.

e à direita da inserção do tirante. O tirante introduz uma reacção horizontal N, sendo portanto a estrutura isostática exterior e hiperestática interior. Tomando a força N actuante no tirante para incógnita podemos assimilar o problema do arco com falso tirante ao do arco articulado nas nascenças situadas em 2 e 3 — flecha (f — h) e vão l_1 — com a aplicação de momentos em 2 e 3, iguais entre si e a

$$M_{2-3} = M_{3-2} = \frac{P}{4}(l - l_1)$$

Será portanto, de acordo com o problema anterior,

$$N = \frac{P l_1}{4(f-h)} - \frac{3}{2}\frac{EI}{(f-h)^2 s_1}\Delta_1 + \frac{3 \times 2}{4(f-h)}\frac{P(l-l_1)}{4}$$

em que $\Delta_1 = \dfrac{N l_1}{E_t S_t}$, donde

$$N = \frac{P(3l - l_1)}{4(f-h)\left(2 + \dfrac{3EIl_1}{(f-h)^2 s_1 E_t S_t}\right)} = \frac{P(3l - l_1)}{4(f-h)\alpha_1}$$

em que $\alpha_1 = \left(2 + \dfrac{3EIl_1}{(f-h)^2 s_1 E_t S_t}\right)$

anàlogamente ao problema anterior.

Exemplo 4.º — Considerar, no arco do exemplo 2.º, a influência de um pré-esforço no tirante, aplicado por um tensor t, de rosca de passo p, quando se aperta de 1/4 de volta (*).

Sendo N o esforço de tracção que se exerce com a rotação de 1/4 de volta, o encurtamento do tirante será de p/4 em cada uma das metades, isto é, p/2 no total.

(*) Para disposições construtivas relativas a tirantes metálicos e tensores, Cf. E. Esselborn «Tratado General de Construcción — Construcción de Edificios — I", Ed. Gustavo Gili, Barcelona, 1940.

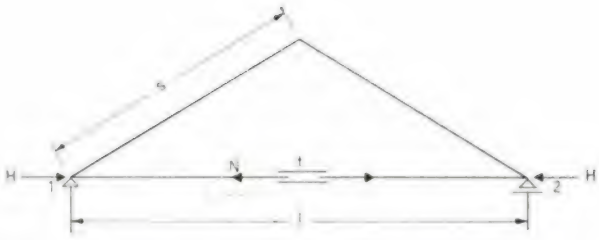


Fig. 14 — Acção de um pré-esforço no tirante aplicado por um tensor t

Se contarmos também com a deformação provocada pelo esforço N, o encurtamento final Δ do tirante será

$$\Delta = \frac{p}{2}\frac{Nl}{SE_t}$$

De acordo com o quadro I (arco sujeito ao deslocamento Δ dos apoios), será, igualando os dois valores de Δ,

$$\frac{2f^2 s}{3EI} N = \left(\frac{p}{2} - \frac{Nl}{S_t E_t}\right)$$

donde

$$N = \frac{3EIp}{2f^2 s \alpha}$$

sendo, como no exemplo 2.º,

$$\alpha = 2 + \frac{3EIl}{E_t f^2 s S_t}$$

Exemplo 5.º — Determinar os esforços actuantes no arco angular da fig. 15 com tirante rígido inextensível, de momento da inércia I'.

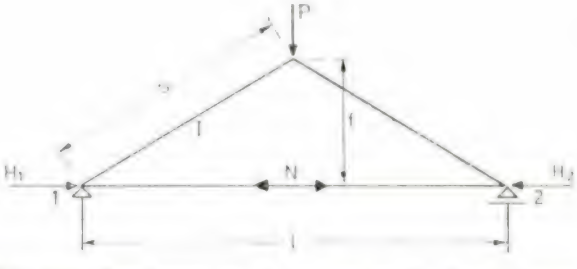


Fig. 15 — Arco angular, do momento da inércia constante I, com tirante rígido entre nascenças.

O problema pode resolver-se pelo método de Cross, simplesmente neste caso particular não há momentos a distribuir. O tirante fica sujeito à

impulsão do arco articulado, e o arco comporta-se dessa mesma maneira. Teremos portanto

$$N = H_1 = H_2 = \frac{P\,l}{4\,f}\,; \qquad V_1 = V_2 = \frac{P}{2}$$

$$M_{2-1} = M_{2-1} = 0$$

Em todas as secções do arco, $N_x = \frac{P\,s}{2\,f}$ como no exemplo 1.º

Exemplo 6.º — Pórtico de duas águas, de secção constante, com falso tirante flexível, ajustado ao vão após aplicação da carga (*).

O problema é resolvido pelo método de Cross considerando os nós 2 e 3 fixos, quer dizer, sem entrar em conta com o seu deslocamento, por se considerar que tal deslocamento é compensado após aplicação da carga.

Rigidez do arco,

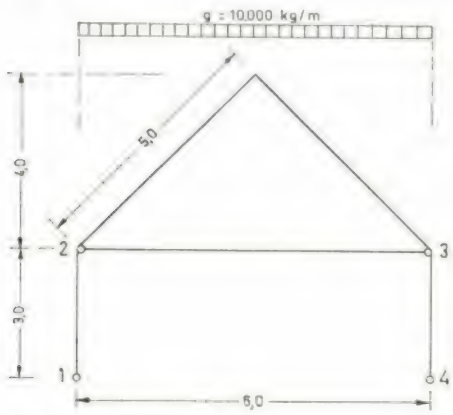


Fig. 16 — Pórtico com falso tirante flexível, ajustado após aplicação da carga.

$$K = \frac{7}{2}\,\frac{EI}{5} = 0{,}7\ EI$$

Coef. transmissão, $\eta = -\frac{1}{7}$

Dada a simetria de carga tomaremos para o arco

$$K_a = \left(1 + \frac{1}{7}\right) K = 0{,}8\ EI$$

(*) Pelo que se refere ao peso próprio da construção esta situação pode obter-se utilizando uma prensa para pré-esforçar o tirante antes de descimbrar (processo Dischinger, Beton und Eisen 1932 pág. 309).

Rigidez dos pilares

$$K_p = \frac{3\ E\ I}{3} = EI$$

Coeficientes de distribuição

$$\frac{0{,}8}{0{,}8 + 1} = 0{,}444 \qquad \frac{1}{0{,}8 + 1} = 0{,}556$$

Momento de encastramento perfeito no arco (quadro 3)

$$M = \frac{g\,l^2}{48} = \frac{10.000 \times 6^2}{48} = 7.500\ \text{Kgm}$$

Distribuição de momentos conforme fig. 17

Esforço transverso na base dos pilares

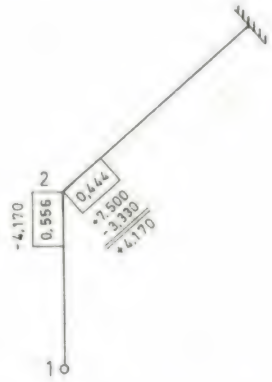


Fig. 17 — Transmissão de momentos respeitantes ao exemplo 6.º

$$-\frac{4.170}{3} = -1.390\ \text{Kg}$$

Impulsão no arco, sob acção da carga g, suposto articulado

$$H' = \frac{5\ g\,l^2}{32\ f} = \frac{5 \times 10.000 \times 6^2}{32 \times 4} = 14.160\ \text{Kg}$$

Impulsão do arco sob acção dos momentos M_{2-3} e M_{3-2}

$$H'' = -\frac{3}{4\ f} \times 2 \times 4.170 = -1.565$$

$$H = 12.595$$

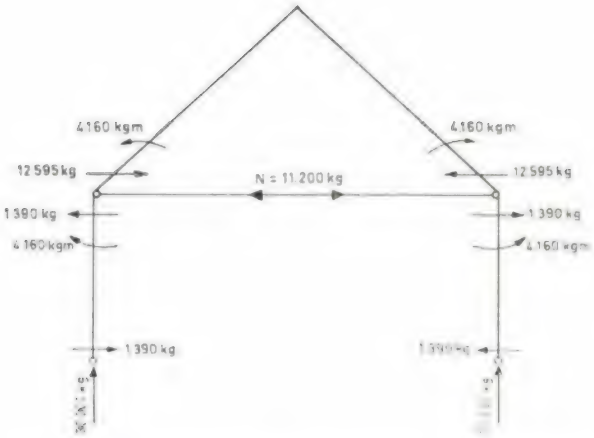


Fig. 18 — Esforços actuantes no pórtico do exemplo 6.º

Esforço de tracção no tirante

$$N = + 12.595 - 1.390 = 11.200 \text{ Kg}$$

Exemplo 7.º — Considerar, no exemplo anterior, a hipótese do tirante ser ajustado antes da aplicação da carga.

No caso do comprimento do tirante ser ajustado ao vão antes da aplicação da carga, como será mais corrente acontecer, há que ter em conta a deformação do tirante, podendo ser o problema resolvido pelo método de Cross, como no caso anterior, mas em duas etapas.

Partindo do resultado obtido no exemplo 6.º, admitamos que o tirante é constituído por um varão de arco A 40 ø 25 ($S_t = 4{,}91$ cm²). O alongamento do tirante é provocado por uma força cujo valor inicial é 11.200 Kg e que se vai reduzindo à medida que o tirante se deforma até atingir um valor final N, a determinar.

Alongamento do tirante

$$\Delta = \frac{N l}{S_t E_t} = \frac{600 \text{ N}}{4{,}91 \times 2.100.000} = \frac{N}{17.185} \text{ (cm)}$$

Os momentos a redistribuir são os produzidos por um deslocamento Δ dos apoios do arco e de $\frac{\Delta}{2}$ da cabeça dos pilares. Tomamos para secção do arco e dos pilares 40×40, $I = 213.000$ cm⁴ $E = 210.000$ kg/cm², suposto de betão armado.

$$\text{No arco, } - \frac{3 \text{ E I}}{f s} \Delta =$$

$$= \frac{3 \times 210.000 \times 213.000}{400 \times 500 \times 17.185} \text{ N} = - 39{,}0 \text{ N (kg.cm)}$$

$$\text{Nos pilares } \mp \frac{3 \text{ E I}}{h} \frac{\Delta}{2} =$$

$$= \mp \frac{3 \times 210.000 \times 213.000}{2 \times 300^2 \times 17.185} \text{ N} = \mp 43{,}4 \text{ N (kg.cm)}$$

Teremos a seguinte distribuição de momentos, entrando com a convenção de sinais de Cross,

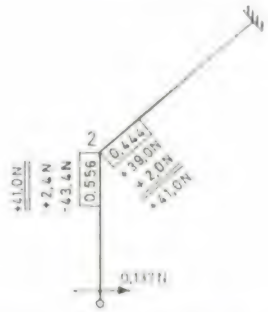


Fig. 19 — Transmissão de momentos correspondentes ao exemplo 7.º

Tracção no tirante (quadro 1)

$$- \frac{41{,}0 \text{ N}}{300} - \frac{3 \text{ E I}}{2 f^2 s} \frac{N}{17.185} -$$

$$- \frac{3}{4 f} \times 2 \times 40{,}6 \text{ N} = - 0{,}137 \text{ N} -$$

$$- \frac{39{,}0 \text{ N}}{2 \times 400} - \frac{6 \times 41{,}0}{4 \times 400} \text{ N} =$$

$$= (0{,}137 + 0{,}0488 + 0{,}154) \text{ N} = - 0{,}340 \text{ N}$$

Condição de equilíbrio

$$11.200 - 0{,}340 \text{ N} = \text{N}; \ \text{N} = \frac{11.200}{1{,}340} = 8.360 \text{ kg}$$

Na figura 20 representam-se os esforços finais a considerar no cálculo da estrutura, que, comparados com os valores da figura 18 permitem verificar a importância da questão.

$$\text{Temos } \Delta = \frac{8.360}{17.185} = 0{,}49 \text{ cm}$$

$$M_{1-2} = M_{2-3} = - 4.160 - 41 \times$$

$$\times \frac{8.360}{100} = 7.600 \text{ kgm}$$

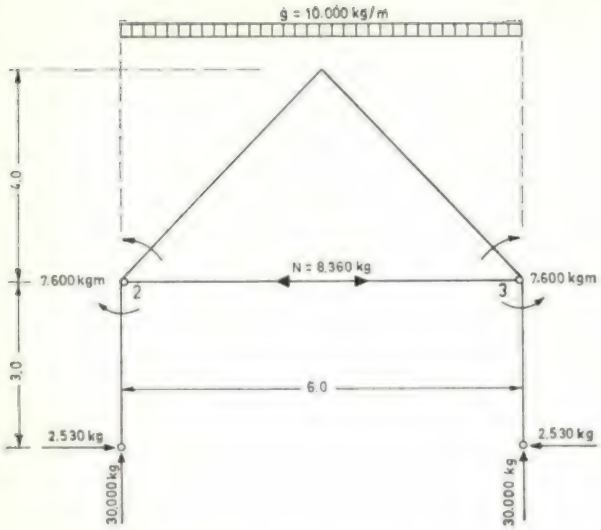


Fig. 20 — Portico com falso tirante flexível, e extensível, ajustado antes da aplicação da carga

$$H = \frac{M_{1-2}}{h} = \frac{7.600}{3} = 2.530 \text{ kg}$$

Exemplo 8.º — Resolver o problema 7.º considerando a existência de um falso tirante rígido, não extensível

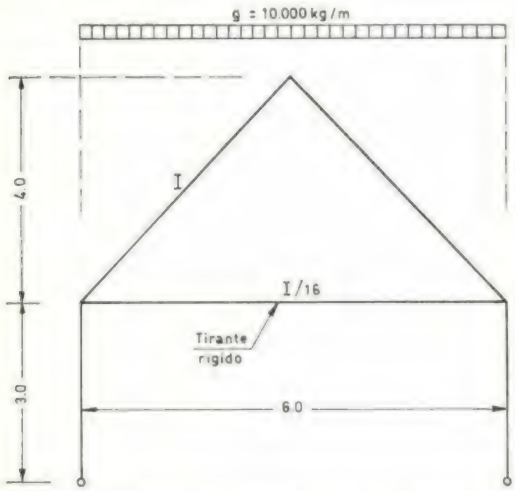


Fig. 21 — Portico com falso tirante rígido

Como no exemplo 7.º teremos para rigidez do arco $K_a = 0{,}8\ EI$, do pilar $K_p = EI$, e do tirante, $K_t = \frac{2\,EI}{16\,l} = 0{,}021\ EI$ e consideramos metade da estrutura.

Coeficientes de distribuição no nó 2

$$\text{arco}\ \frac{0{,}8}{1 + 0{,}8 + 0{,}021} = 0{,}439$$

$$\text{pilar}\ \frac{1}{1{,}821} = 0{,}549$$

$$\text{tirante}\ \frac{0{,}021}{1{,}821} = 0{,}012$$

Tratando-se de uma estrutura sem deslocamento lateral teremos a distribuição de momentos indicada na fig. 22 e os esforços na figura 23

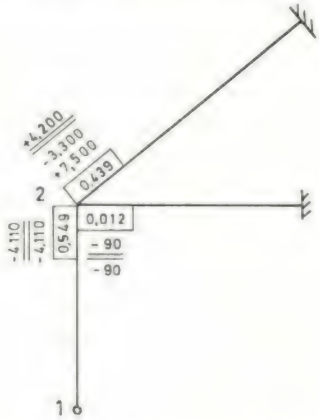


Fig 22 — Transmissão de momentos correspondentes ao pórtico do exemplo 8.º

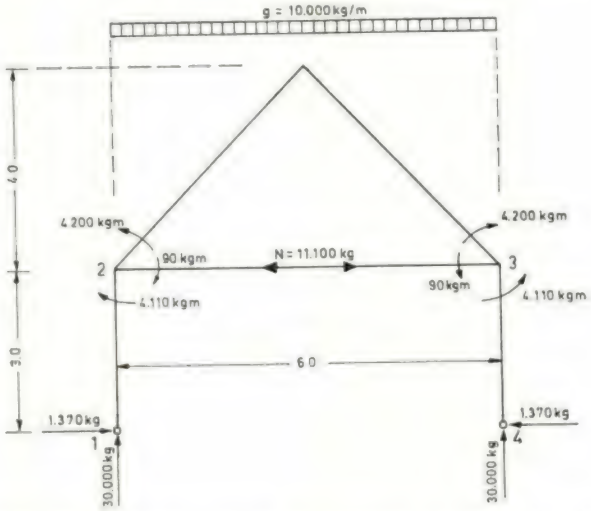


Fig. 23 — Esforços finais do portico do exemplo 8.º

$$V_1 = V_4 = \frac{g\,l}{2} = \frac{10.000 \times 6}{2} = 30.000 \text{ kg}$$

$$H_1 = H_4 = \frac{M_{2-1}}{h} = \frac{4.110}{3} = 1.370 \text{ kg}$$

Tracção no tirante

$$N = \frac{-4.110}{3{,}0} + \frac{5\,g\,l^2}{32\,f} - \frac{3}{4\,f} \times 2 \times 4.200 =$$

$$= -1.370 - \frac{25.200}{16} + \frac{1.800.000}{128} = 11.100 \text{ kg}$$

Exemplo 9.º — Calcular as reacções de apoio e momentos nos nós 2 e 3, da estrutura indicada na fig. 24 de momento de inércia constante.

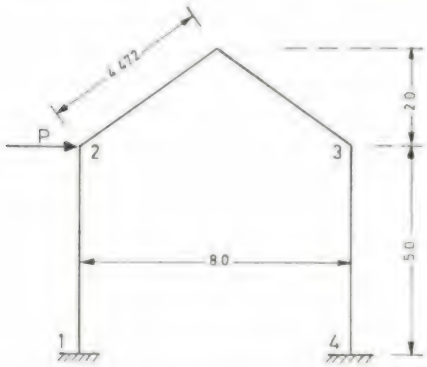


Fig. 24 — Pórtico de um só tramo com carga horizontal numa das nascenças do arco

O problema é aqui resolvido pelo método de Cross considerando-o a sobreposição de duas hipóteses de carga, respectivamente simétrica e antisimétrica, que é uma das maneiras de o resolver.

1.ª etapa — solicitacão simétrica

Rigidez do arco

$$K_a = (1 - \eta) K = \frac{4\,E\,I}{s} = 0{,}894 \text{ EI}$$

Rigidez do pilar

$$K_p = \frac{4\,E\,I}{h} = \frac{4\,E\,I}{5} = 0{,}8 \text{ EI}$$

Coeficientes de distribuição

Fig. 25 — Carga actuante na 1.ª etapa considerada na resolução do exemplo 9.º

no arco $\dfrac{0{,}894}{0{,}894 + 0{,}800} = 0{,}528$

no pilar $\dfrac{0{,}8}{0{,}894 + 0{,}800} = 0{,}472$

Momentos de encastramento perfeito a distribuir devidos ao deslocamento da cabeça dos pilares.

Nos pilares

$$+ \frac{6\,E\,I\,\Delta}{5^2} = + 0{,}320 \text{ k}$$

No arco (quadro 3)

$$- 2 \times \frac{3\,E\,I\,\Delta}{fs} = - \frac{6 \text{ k}}{2{,}0 \times 4{,}472} = - 0{,}671 \text{ k}$$

Esforço transverso no pilar

$$\frac{0{,}486 + 0{,}403}{5{,}0} \text{ k} = + 0{,}1788 \text{ k}$$

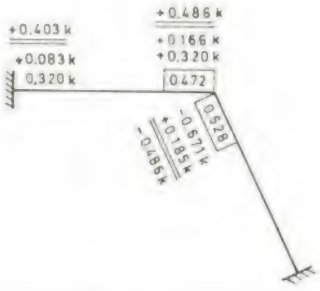


Fig. 26 — Transmissão de momentos correspondentes à 1.ª etapa

Impulsão no arco, suposto articulado

$$+ 2 \times \frac{3\,E\,I\,\Delta}{2\,f^2\,s} = + \frac{3 \text{ k}}{2^2 \times 4{,}472} = + 0{,}1677 \text{ k}$$

Impulsão do arco, devida aos momentos aplicados

$$\frac{3}{4\,f}\,(0{,}486 + 0{,}486) \text{ k} = 0{,}3645 \text{ k}$$

Condição de equilíbrio do nó deslocado

$$(0{,}1788 + 0{,}1677 + 0{,}3645) \text{ k} = \frac{P}{2}$$

• SEPSA EM COLABORAÇÃO COM A ASEA :
1.º PLANO – reparação de polos e bobinas rotóricas de um alternador de 78 MVA, 15 Kv.
2.º PLANO – reparação do estator de um alternador de 72 MVA, 15 KV.

Além de construtores de alternadores de potência superior a 2.000 kVA e de motores de c.c. ou c.a. de potência superior a 1.000 C.V., possuimos equipamento especializado para a reparação de máquinas eléctricas rotativas de grande potência incluindo equilibragem dinâmica, ensaios de rigidez de bobines, perdas dieléctricas de isolantes, ring test e medidas de rendimento.

SEPSA SOCIEDADE DE CONSTRUÇÕES ELECTRO-MECÂNICAS, S.A.R.L.
APARTADO 8 • LEÇA do BAILIO • TELEX SEPSA P 2616

SKF

O maior fabricante mundial de rolamentos oferece-lhe agora, também outros produtos, dos quais destacamos:

Acoplamentos «KOPPERS»
Ferramentas de roscar
Grupos cônicos
Mangas de esferas «STAR»
Massa lubrificante
Material têxtil
Pontos rotativos
Redutores velocidade «SINCRON»
Retentores especiais «V-RING»
Retentores para indústria «RUBER»
Rodas e rodízios
Rolamentos de esferas, agulhas e roletes
Rótulas lisas
Tubos para condução de líquidos corrosivos incluindo água salgada
Variadores «SINCRON»

apoiados como sempre numa ASSISTÊNCIA TÉCNICA PERFEITA

SOCIEDADE SKF LIMITADA

Praça da Alegria, 66-A — LISBOA
Telefones 36 23 01-2-3-4

R. Delfim Ferreira, 604 — PORTO
Telefones 69 20 54-5-6-7-8

$$k = \frac{P}{2 \times 0{,}711} = 0{,}703\ P$$

Para esta primeira solicitação simétrica os momentos finais e reacções são

$$M_{2-1} = M_{2-3} = 0{,}486 \times 0{,}703\ P = 0{,}342\ P$$
$$M_{1-2} = 0{,}403 \times 0{,}703\ P = 0{,}283\ P$$
$$H_1 = 0{,}1788 \times 0{,}703\ P = 0{,}126\ P$$
$$V_1 = 0$$

2.ª etapa — solicitação antisimétrica

Rigidez do arco

$$K_a = (1 + \eta)\ K = \frac{3\ E\ I}{s} = 0{,}671\ EI$$

Rigidez do pilar

$$K_p = 0{,}8\ EI$$

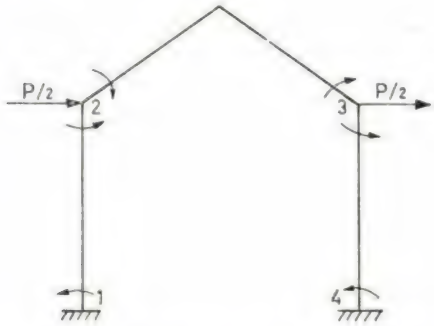


Fig. 27 — Cargas actuantes na 2.ª etapa considerada na resolução do exemplo 9

Coeficientes de distribuição

no arco $\frac{0{,}671}{0{,}671 + 0{,}8} = 0{,}456$

no pilar $\frac{0{,}8}{0{,}671 + 0{,}8} = 0{,}544$

Como o arco se desloca paralelamente a si mesmo não há momentos de encastramento perfeito no arco e no pilar há a considerar o mesmo momento a distribuir que no caso anterior

Esforço transverso no pilar

$$\frac{0{,}146 + 0{,}233}{5{,}0}\ k = 0{,}0758\ k$$

Impulsão nula no arco, suposto articulado, e devida aos momentos.

Equação de equilíbrio do nó deslocado

$$= k\ \frac{P}{2 \times 0{,}0758} = 6{,}60\ P$$

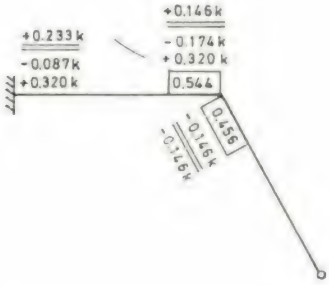


Fig. 28 — Transmissão de momentos correspondentes à 2.ª etapa

Resulta portanto, para esta solicitação

$$M_{2-1} = M_{2-3} = 0{,}146 \times 6{,}6\ P = 0{,}964\ P$$
$$M_{1-2} = 0{,}233 \times 6{,}6\ P = 1{,}538\ P$$
$$H_1 = 0{,}0758 \times 6{,}6\ P = 0{,}500\ P$$

$$V_1 = -V_4 = -2\ \frac{M_{2-3}}{l} =$$

$$-\frac{0{,}964}{4}\ P = -0{,}241\ P$$

Teremos finalmente, por sobreposição para a convenção corrente de sinais

$$M_{1-2} = -(0{,}283 + 1{,}538)\ P = -1{,}82\ P$$
$$M_{2-1} = M_{2-3} = (0{,}342 + 0{,}964) = 1{,}31\ P$$
$$M_{3-2} = M_{3-4} = (-0{,}342 + 0{,}964)\ P =$$
$$= -0{,}62\ P$$
$$M_{4-3} = (-0{,}283 + 1{,}538)\ P = 1{,}26\ P$$
$$H_1 = (-0{,}126 - 0{,}500)\ P = -0{,}626\ P$$
$$H_4 = (-0{,}126 + 0{,}500)\ P = 0{,}374\ P$$
$$V_1 = -V_4 = -0{,}241\ P$$

Exemplo 10.º — Calcular os esforços actuantes no pórtico indicado na fig. 30 (*) com momento de inércia constante.

(*) Consultar outros exemplos nomeadamente em J. Rieger e P. Carot, «Calcul des Constructions Hyperstatiques», Ed. Dunod, Paris 1933, em A. Kleinlogel «Pórticos Simples y Marcos» Ed. Labor, Barcelona, 1932 e em P. Charon «Le Methode de Cross» Ed. Eyrolles, Paris 1953.

Dada a simetria da carga considera-se metade da estrutura com o elemento 2 — 3 encastrado em 3.

Rigidez do arco

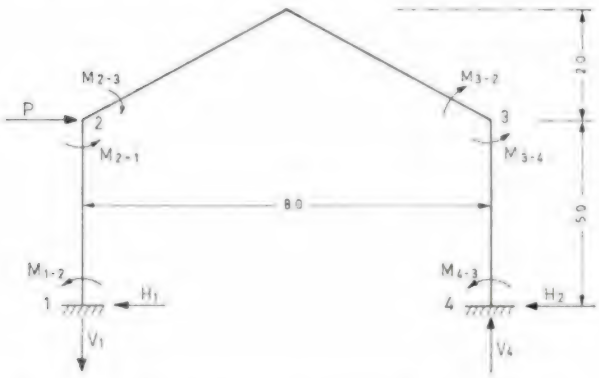


Fig. 29 — Esforços actuantes no pórtico do exemplo 9.º

$$\frac{7}{2}\,\frac{EI}{5} = 0{,}7\ EI$$

Coef. transmissão $\eta = -\dfrac{1}{7}$

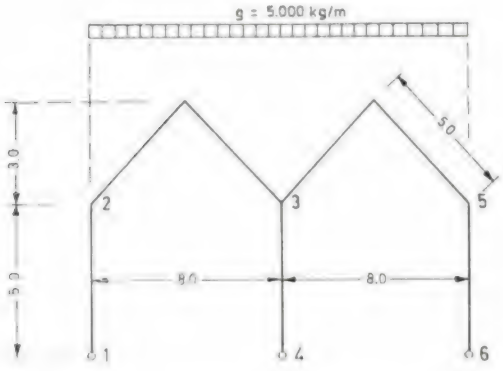


Fig. 30 — Estrutura do exemplo 10.º

Rigidez dos pilares

$$\frac{3\ E\ I}{l} = 0{,}375\ EI$$

Coeficiente de transmissão, $\eta = 0$

Coeficientes de distribuição no nó 2

$$\text{arco}\ \frac{0{,}7}{0{,}7 + 0{,}375} = 0{,}651$$

$$\text{pilar}\ \frac{0{,}375}{0{,}7 + 0{,}375} = 0{,}349$$

De acordo com o referido, o problema pode ser resolvido em duas etapas, pelo método de Cross.

1.ª etapa — distribuição do momento de encastramento perfeito

$$M = \frac{g\,l^2}{48} = \frac{5.000 \times 8^2}{48} = -\ 6.670\ \text{kgm}$$

Esforço transverso na cabeça do pilar

$$T_1 = -\ \frac{2.330}{5} = -\ 470\ \text{kg}$$

Impulsão do arco em 2

$$T'_1 = \frac{5\,g\,l^2}{32\ f} - \frac{3}{4\ f}\,(6.050 + 2.330) =$$

$$= \frac{5 \times 5.000 \times 8^2}{32 \times 3} - \frac{3 \times 8.380}{4 \times 3} =$$

$$= 16.670 - 2.095 = 14.575\ \text{kg}$$

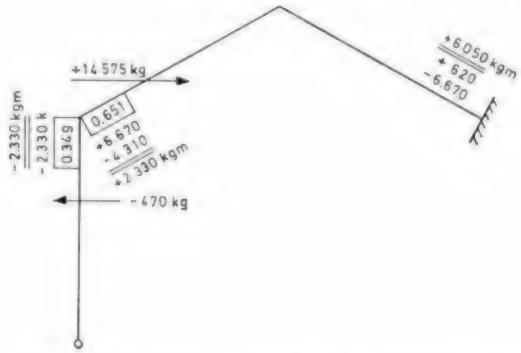


Fig. 31 — Transmissão do momento correspondente ao exemplo 10 (1.ª etapa)

2.ª etapa — distribuição dos momentos devidos ao deslocamento Δ do arco e do pilar

$$\text{no arco} - \frac{3\ E\ I}{f\ s}\,\Delta = \frac{3\,k}{3 \times 5} = -\ 0{,}20\ k$$

$$\text{no pilar} - \frac{3\,E\,I}{h^2}\,\Delta = \frac{3\ k}{5^2} = -\ 0{,}12\ k$$

Esforço transverso na cabeça dos pilares

$$T_2 = \frac{-\ 0{,}148\ k}{5} = -\ 0{,}0296\ k$$

Impulsão do arco em 2

$$T'_2 = -\ \frac{3\ E\,I}{2\,f^2\,s} - \frac{3}{4\,f}\,(0{,}1926 + 0{,}1480)\ k =$$

$$= \frac{3\ k}{2 \times 3^2 \times 5} - \frac{3 \times 0{,}3406\ k}{4 \times 3} = -\ 0{,}1185\ k$$

Condição de equilíbrio do nó deslocado

$(14.575 - 470) - (0{,}0296 + 0.1185)\ k = 0;\ k = 95.000$ e teremos

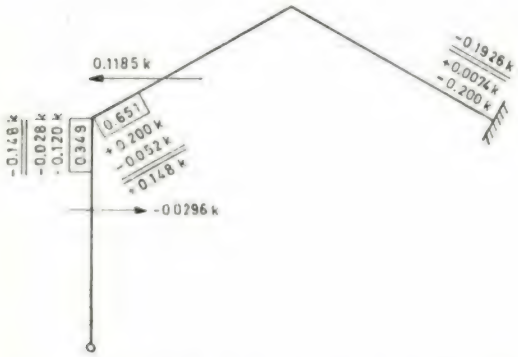


Fig. 32 – Transmissão de momentos correspondentes ao exemplo 10 (2.ª etapa)

$$M_{2-1} = -2.330 - 0{,}148 \times 95.000 = -16.400 \text{ kgm}$$

$$M_{3-2} = -6.050 - 0{,}1926 \times 95.000 = -24.400 \text{ kgm}$$

$$V_1 = V_6 = \frac{g\,l}{2} + \frac{M_{3-2} - M_{2-3}}{l} = \frac{5.000 \times 8}{2} - \frac{24.400 - 16.400}{8} = 19.000 \text{ kg}$$

$$V_4 = g\,l - \frac{2\,M_{3-2} - M_{2-3}}{l} = 5.000 \times 8 + \frac{2\,(24.400 - 16.400)}{8} = 42.000 \text{ kg}$$

$$H_1 = H_6 = -\frac{M_{2-1}}{h} = \frac{16.400}{5} = 3.280 \text{ kg}$$

Na figura indicam-se os valores dos esforços e reacções.

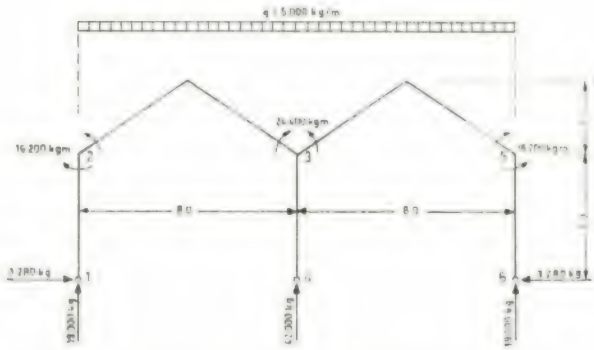
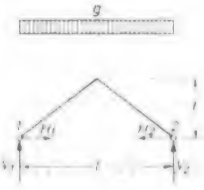
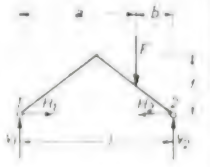
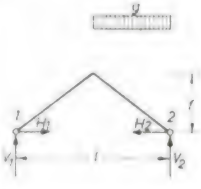
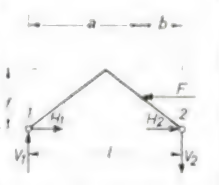
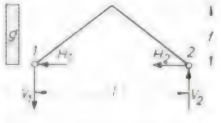
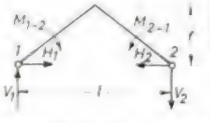
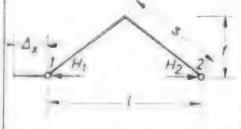
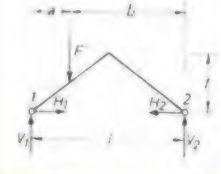
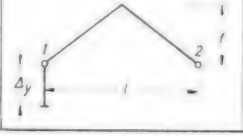


Fig. 33 — Esforços finais no pórtico do exemplo 10

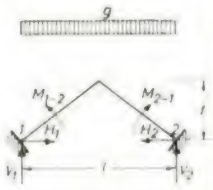
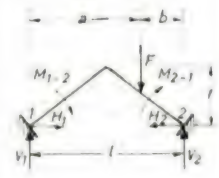
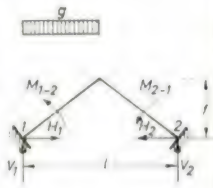
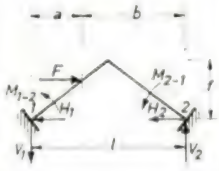
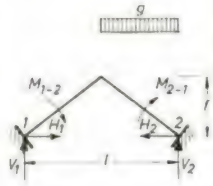
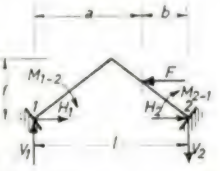
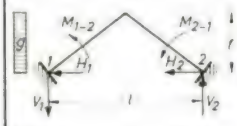
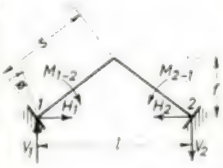
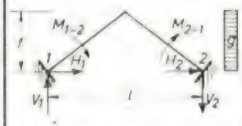
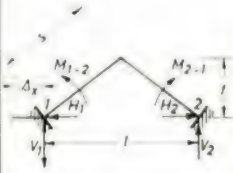
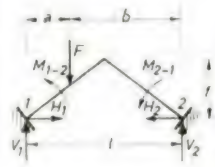
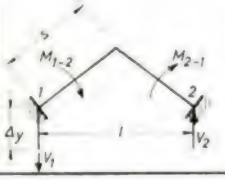
QUADRO I

Arco angular de espessura constante. Formulário para o arco articulado nos dois apoios.

HIPÓTESE DE CARGA E DE SUSTENTAÇÃO	REACÇÕES DE APOIO	HIPÓTESE DE CARGA E DE SUSTENTAÇÃO	REACÇÕES DE APOIO
1 	$V_1 = V_2 = \frac{gl}{2} = 0{,}500\ gl$ $H_1 = H_2 = \frac{5\,gl^2}{32\,f} = 0{,}156\ \frac{gl^2}{f}$	7 	$V_1 = \frac{Fb}{l}$ $V_2 = \frac{Fa}{l}$ $H_1 = H_2 = \frac{Fb}{4f}\left(3 - 4\,\frac{b^2}{l^2}\right)$
2	$V_1 = \frac{3}{8}\,gl = 0{,}375\ gl$ $V_2 = \frac{1}{8}\,gl = 0{,}125\ gl$ $H_1 = H_2 = \frac{5\,gl^2}{64\,f} = 0{,}078\ \frac{gl^2}{f}$	8	$V_1 = -V_2 = -\frac{2\,Fa\,f}{l^2}$ $H_1 = -\frac{F}{2l^3}\left(4a^3 + 2l^3 - 3al^2\right)$ $H_2 = \frac{Fa}{2l^3}\left(3l^2 - 4a^2\right)$
3 	$V_1 = \frac{1}{8}\,gl = 0{,}125\ gl$ $V_2 = \frac{3}{8}\,gl = 0{,}375\ gl$ $H_1 = H_2 = \frac{5\,gl^2}{64\,f} = 0{,}078\ \frac{gl^2}{f}$	9 	$V_1 = -V_2 = \frac{2\,Fbf}{l^2}$ $H_1 = \frac{Fb}{2l^3}\left(3l^2 - 4b^2\right)$ $H_2 = -\frac{Fa}{2l^3}\left(4b^3 + 2l^3 - 3bl^2\right)$
4 	$V_1 = -V_2 = -\frac{gf^2}{2l} = -0{,}500\ \frac{gf^2}{l}$ $H_1 = -\frac{11}{16}\,gf = -0{,}687\ gf$ $H_2 = \frac{5}{16}\,gf = 0{,}313\ gf$	10 - Aplicação de momentos em 1 e em 2 	$V_1 = -V_2 = \frac{M_{2-1} - M_{1-2}}{l}$ $H_1 = H_2 = \frac{3}{4f}\left[M_{1-2} + M_{2-1}\right]$
5	$V_1 = -V_2 = +\frac{gf^2}{2l} = 0{,}500\ \frac{gf^2}{l}$ $H_1 = \frac{5}{16}\,gf = 0{,}313\ gf$ $H_2 = -\frac{11}{16}\,gf = -0{,}687\ gf$	11 - Deslocamento Δ_x de 1 	$H_1 = H_2 = -\frac{3\,EI}{2f^2 s}\,\Delta_x$ Variação de temp. $\pm\,\Delta t$ $\pm\,\varepsilon\,l\,\Delta_t = \mp\,\Delta_x$
6 	$V_1 = \frac{Fb}{l}$ $V_2 = \frac{Fa}{l}$ $H_1 = H_2 = \frac{Fa}{4f}\left(3 - 4\,\frac{a^2}{l^2}\right)$	12 - Deslocamento Δ_y de 1 	$H_1 = H_2 = 0$

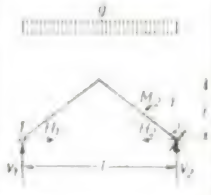
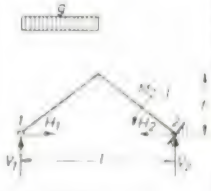
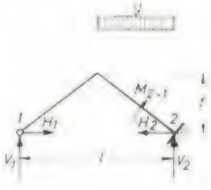
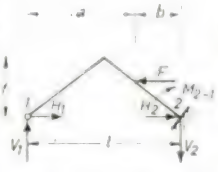
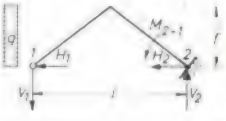
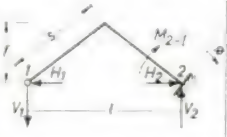
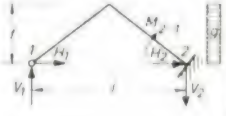
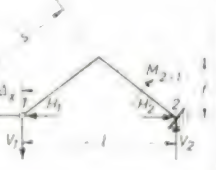
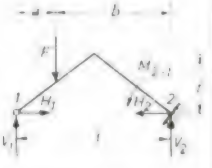
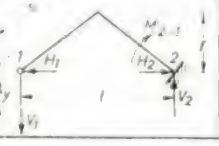
QUADRO II

Arco angular de espessura constante. Formulário para o arco encastrado nos dois apoios.

HIPÓTESE DE CARGA E DE SUSTENTAÇÃO	REACÇÕES DE APOIO	HIPÓTESE DE CARGA E DE SUSTENTAÇÃO	REACÇÕES DE APOIO
1 	$V_1 = V_2 = \frac{gl}{2} = 0{,}500\ gl$ $H_1 = H_2 = \frac{gl^2}{8f} = 0{,}125\ \frac{gl^2}{f}$ $M_{1-2} = M_{2-1} = -\frac{gl^2}{48} = -0{,}0208\, gl^2$	7 	$V_1 = \frac{Fb^2}{l^3}(3a+b)$ $V_2 = \frac{Fa^2}{l^3}(a+3b)$ $H_1 = H_2 = \frac{Fb^2}{fl^2}(3a-b)$ $M_{1-2} = +\frac{Fb^2}{2l^2}(a-b)$ $M_{2-1} = -\frac{Fb}{2l^2}(a-b)(2a-b)$
2 	$V_1 = \frac{13}{32}\, gl = 0{,}406\ gl$ $V_2 = \frac{3}{32}\, gl = 0{,}094\ gl$ $H_1 = H_2 = \frac{gl^2}{16f} = 0{,}0625\ gl^2$ $M_{1-2} = -\frac{5}{192}\, gl^2 = -0{,}0260\ gl^2$ $M_{2-1} = \frac{1}{192}\, gl^2 = 0{,}0052\ gl^2$	8 	$V_1 = -V_2 = -\frac{2Fa^2}{l^4}(a+3b)$ $H_1 = -\frac{F}{l^3}\left[3b^2(b-a)+a^2(a+3b)\right]$ $H_2 = \frac{2Fa^2}{l^3}(3b-a)$ $M_{1-2} = -\frac{Faf}{l^3}(a^2+2b^2-3ab)$ $M_{2-1} = \frac{Fa^2f}{l^3}(b-a)$
3 	$V_1 = \frac{3}{32}\, gl = 0{,}094\ gl$ $V_2 = \frac{13}{32}\, gl = 0{,}406\ gl$ $H_1 = H_2 = \frac{gl^2}{16f} = 0{,}0625\ gl^2$ $M_{1-2} = \frac{1}{192}\, gl^2 = 0{,}0052\ gl^2$ $M_{2-1} = -\frac{5}{192}\, gl^2 = -0{,}0260\ gl^2$	9 	$V_1 = -V_2 = \frac{2Fb^2f}{l^4}(3a+b)$ $H_1 = \frac{2Fb^2}{l^3}(3a-b)$ $H_2 = -\frac{F}{l^3}\left[3a^2(a-b)+b^2(3a+b)\right]$ $M_{1-2} = \frac{Fb^2f}{l^3}(a-b)$ $M_{2-1} = -\frac{Fbf}{l^3}\left[b^2+2a^2-3ab\right]$
4 	$V_1 = -V_2 = -\frac{3}{8}\ \frac{gf^2}{l} = -0{,}375\ \frac{gf^2}{l}$ $H_1 = -\frac{3}{4}\, gf = -0{,}750\ gf$ $H_2 = \frac{1}{4}\, gf = 0{,}125\ gf$ $M_{1-2} = -\frac{5}{48}\, gf^2 = -0{,}104\ gf^2$ $M_{2-1} = \frac{gf^2}{48} = 0{,}0208\ gf^2$	10 - Rotação θ de 1 	$V_1 = -V_2 = \frac{3EI}{sl}\theta$ $H_1 = H_2 = \frac{3EI}{fs}$ $M_{1-2} = \frac{7EI}{2s}\theta$ $M_{2-1} = \frac{EI}{2s}\theta$ Rigidez $K_{1-2} = K_{2-1} = \frac{7EI}{2s}$ Coef. transm. $\eta_{1-2} = \eta_{2-1} = -\frac{1}{7}$
5 	$V_1 = -V_2 = \frac{3}{8}\ \frac{gf^2}{l} = 0{,}375\ \frac{gf^2}{l}$ $H_1 = \frac{1}{4}\, gf = 0{,}125\ gf$ $H_2 = -\frac{3}{4}\, gf = -0{,}750\ gf$ $M_{1-2} = \frac{gf^2}{48} = 0{,}0208\ gf^2$ $M_{2-1} = -\frac{5}{48}\, gf^2 = -0{,}104\ gf^2$	11 - Deslocamento Δ_x de 1 	$V_1 = V_2 = 0$ $H_1 = H_2 = -\frac{6EI}{f^2 s}\Delta_x$ $M_{1-2} = M_{2-1} = -\frac{3EI}{fs}\Delta_x$
6 	$V_1 = \frac{Fb^2}{l^3}(3a+b)$ $V_2 = \frac{Fa^2}{l^3}(a+3b)$ $H_1 = H_2 = \frac{Fa^2}{fl^2}(3b-a)$ $M_{1-2} = -\frac{Fa}{2l^2}\left[(b-a)(2b-a)\right]$ $M_{2-1} = +\frac{Fa^2}{2l^2}(b-a)$	12 - Deslocamento Δ_y de 1 	$V_1 = -V_2 = -\frac{6EI}{sl^2}\Delta y$ $H_1 = H_2 = 0$ $M_{1-2} = -M_{2-1} = \frac{3EI}{sl}\Delta y$

QUADRO III

Arco angular de espessura constante. Formulário para o arco articulado num dos apoios e encastrado no outro.

HIPÓTESE DE CARGA E DE SUSTENTAÇÃO	REACÇÕES DE APOIO	HIPÓTESE DE CARGA E DE SUSTENTAÇÃO	REACÇÕES DE APOIO
1 	$V_1 = \frac{27}{56}\, gl = 0{,}482\, gl$ $V_2 = \frac{29}{56}\, gl = 0{,}518\, gl$ $H_1 = H_2 = \frac{gl^2}{7f} = 0{,}143\, \frac{gl^2}{f}$ $M_{2-1} = -\frac{gl^2}{56} = -0{,}0179\, gl^2$	7	$V_1 = \frac{4Fb^2}{7l^3}(b+6a)$ $V_2 = \frac{F}{7l^3}\left[7l^3 - 4b^2(b+6a)\right]$ $H_1 = H_2 = \frac{2Fb^2}{7fl^2}(9a-2b)$ $M_{2-1} = -\frac{Fb}{7l^2}(a-b)(7a-3b)$
2 	$V_1 = \frac{43}{112}\, gl = 0{,}384\, gl$ $V_2 = \frac{13}{112}\, gl = 0{,}116\, gl$ $H_1 = H_2 = \frac{19\, gl^2}{224\, f} = 0{,}085\, \frac{gl^2}{f}$ $M_{2-1} = +\frac{gl^2}{112} = 0{,}0089\, gl^2$	8	$V_1 = -V_2 = -\frac{4Faf}{7l^4}(3l^2+2a^2)$ $H_1 = -\frac{F}{7l^3}(15a^3+7b^3+9ab^2-3a^2b)$ $H_2 = \frac{4Fa}{7l^3}(3l^2-5a^2)$ $M_{2-1} = \frac{2Faf}{7l^3}(l^2-4a^2)$
3 	$V_1 = \frac{11}{112}\, gl = 0{,}098\, gl$ $V_2 = \frac{45}{112}\, gl = 0{,}402\, gl$ $H_1 = H_2 = \frac{18\, gl^2}{224\, f} = 0{,}058\, \frac{gl^2}{f}$ $M_{2-1} = -\frac{3}{112}\, gl^2 = -0{,}0268\, gl^2$	9 	$V_1 = -V_2 = +\frac{8Fb^2f}{7l^4}(l+6a)$ $H_1 = \frac{Fb^2}{7l^3}(9a-2b)$ $H_2 = -\frac{Fb}{7l^3}(7a^3+15b^3+21ab^2+15a^2b)$ $M_{2-1} = -\frac{2Fbf}{7l^3}(a-b)(7a-3b)$
4 	$V_1 = -V_2 = -\frac{13}{28}\frac{gf^2}{l} = -0{,}464\frac{gf^2}{l}$ $H_1 = -\frac{37}{56}\, gf = -0{,}661\, gf$ $H_2 = \frac{19}{56}\, gf = 0{,}339\, gf$ $M_{2-1} = \frac{1}{28}\, gf^2 = 0{,}0357\, gf^2$	10 - Rotação θ de 2 	$V_1 = -V_2 = -\frac{24}{7sl}\, EI\theta$ $H_1 = H_2 = -\frac{18}{7l}\, EI\theta$ $M_{2-1} = -\frac{24}{7fs}\, EI\theta$ Rigidez - $K_{2-1} = \frac{24}{7s}\, EI$ Coef. transm. $\eta_{2-1} = 0$
5 	$V_1 = -V_2 = \frac{11}{28}\frac{gf^2}{l} = 0{,}393\frac{gf^2}{l}$ $H_1 = \frac{13}{56}\, gf = 0{,}232\, gf$ $H_2 = -\frac{43}{56}\, gf = -0{,}768\, gf$ $M_{2-1} = -\frac{3}{28}\, gf^2 = -0{,}107\, gf^2$	11 - Deslocamento Δ_x de 1 	$V_1 = V_2 = \frac{18\, EI}{7fsl}\, \Delta_x$ $H_1 = H_2 = -\frac{24\, EI}{7f^2s}\, \Delta_x$ $M_{2-1} = -\frac{18\, EI}{7fs}\, \Delta_x$
6 	$V_1 = \frac{F}{7l^3}(7l^3-6al^2-4a^3)$ $V_2 = \frac{2Fa}{7l^3}(3l^2+2a^2)$ $H_1 = H_2 = \frac{2Fa}{7fl^2}(3l^2-5a^2)$ $M_{2-1} = +\frac{Fa}{7l^2}(l^2-4a^2)$	12 - Deslocamento Δ_y de 1 	$V_1 = -V_2 = -\frac{24\, EI}{7sl^2}\, \Delta y$ $H_1 = H_2 = -\frac{18\, EI}{7fsl}\, \Delta y$ $M_{2-1} = -\frac{24\, EI}{7sl}\, \Delta y$

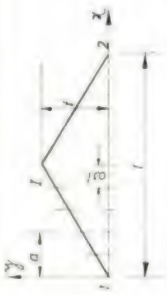
QUADRO IV

Arco angular de espessura constante. Tabela dos valores de y, sen φ, cos φ e de V_1, V_2, H_1, H_2, M_{1-2} e M_{2-1} para a actuação de uma carga concentrada vertical F.

Arco angular de espessura constante

$y = \frac{2f}{l} x \qquad 0 \leq x \leq \frac{l}{2}$

$y = \frac{2f}{l}(l-x) \qquad \frac{l}{2} < x \leq l$



		$a =$	0.01	0.11	0.21	0.31	0.41	0.51	0.61	0.71	0.81	0.91	1.01
Valores de sen φ para f/l		0.10	0.196	0.196	0.196	0.196	0.196	±0.196	-0.196	-0.196	-0.196	-0.196	-0.196
		0.15	0.287	0.287	0.287	0.287	0.287	±0.287	-0.287	-0.287	-0.287	-0.287	-0.287
		0.20	0.371	0.371	0.371	0.371	0.371	±0.371	-0.371	-0.371	-0.371	-0.371	-0.371
		0.25	0.447	0.447	0.447	0.447	0.447	±0.447	-0.447	-0.447	-0.447	-0.447	-0.447
		0.30	0.514	0.514	0.514	0.514	0.514	±0.514	-0.514	-0.514	-0.514	-0.514	-0.514
		0.35	0.573	0.573	0.573	0.573	0.573	±0.573	-0.573	-0.573	-0.573	-0.573	-0.573
		0.40	0.624	0.624	0.624	0.624	0.624	±0.624	-0.624	-0.624	-0.624	-0.624	-0.624
		0.45	0.669	0.669	0.669	0.669	0.669	±0.669	-0.669	-0.669	-0.669	-0.669	-0.669
		0.50	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	±0.707	-0.707	-0.707	-0.707	-0.707	-0.707
Valores de cos φ para f/l		0.10	0.981	0.981	0.981	0.981	0.981	0.981	0.981	0.981	0.981	0.981	0.981
		0.15	0.957	0.957	0.957	0.957	0.957	0.957	0.957	0.957	0.957	0.957	0.957
		0.20	0.928	0.928	0.928	0.928	0.928	0.928	0.928	0.928	0.928	0.928	0.928
		0.25	0.894	0.894	0.894	0.894	0.894	0.894	0.894	0.894	0.894	0.894	0.894
		0.30	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857	0.857
		0.35	0.819	0.819	0.819	0.819	0.819	0.819	0.819	0.819	0.819	0.819	0.819
		0.40	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781	0.781
		0.45	0.743	0.743	0.743	0.743	0.743	0.743	0.743	0.743	0.743	0.743	0.743
		0.50	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	0.707
Valores de y para f/l		0.10	0.0001	0.0201	0.0401	0.0601	0.0801	0.1001	0.0801	0.0601	0.0401	0.0201	0.0001
		0.15	0.0001	0.0301	0.0601	0.0901	0.1201	0.1501	0.1201	0.0901	0.0601	0.0301	0.0001
		0.20	0.0001	0.0401	0.0801	0.1201	0.1601	0.2001	0.1601	0.1201	0.0801	0.0401	0.0001
		0.25	0.0001	0.0501	0.1001	0.1501	0.2001	0.2501	0.2001	0.1501	0.1001	0.0501	0.0001
		0.30	0.0001	0.0601	0.1201	0.1801	0.2401	0.3001	0.2401	0.1801	0.1201	0.0601	0.0001
		0.35	0.0001	0.0701	0.1401	0.2101	0.2801	0.3501	0.2801	0.2101	0.1401	0.0701	0.0001
		0.40	0.0001	0.0801	0.1601	0.2401	0.3201	0.4001	0.3201	0.2401	0.1601	0.0801	0.0001
		0.45	0.0001	0.0901	0.1801	0.2701	0.3601	0.4501	0.3601	0.2701	0.1801	0.0901	0.0001
		0.50	0.0001	0.1001	0.2001	0.3001	0.4001	0.5001	0.4001	0.3001	0.2001	0.1001	0.0001

Actuação de uma carga vertical F

$V_1 = \alpha_1 F \qquad M_{1-2} = \alpha_2 F l \qquad H_1 = H_2 = \alpha_4 F$

$V_2 = (1-\alpha_1) F \qquad M_{2-1} = \alpha_3 F$

Arco articulado em 1 e 2		α_1	1.000	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500	0.400	0.300	0.200	0.100	0.000
	Valores de α_4 para f/l	0.10	0.000	0.740	1.420	1.980	2.360	2.500	2.360	1.980	1.420	0.740	0.000
		0.15	0.000	0.493	0.947	1.320	1.573	1.667	1.573	1.320	0.947	0.493	0.000
		0.20	0.000	0.370	0.710	0.990	1.180	1.250	1.180	0.990	0.710	0.370	0.000
		0.25	0.000	0.296	0.568	0.792	0.944	1.000	0.944	0.792	0.568	0.296	0.000
		0.30	0.000	0.247	0.473	0.660	0.787	0.833	0.787	0.660	0.473	0.247	0.000
		0.35	0.000	0.211	0.406	0.566	0.674	0.714	0.674	0.566	0.406	0.211	0.000
		0.40	0.000	0.185	0.355	0.495	0.590	0.625	0.590	0.495	0.355	0.185	0.000
		0.45	0.000	0.164	0.316	0.440	0.524	0.556	0.524	0.440	0.316	0.164	0.000
		0.50	0.000	0.148	0.284	0.396	0.472	0.500	0.472	0.396	0.284	0.148	0.000
Arco encastrado em 1 e 2		α_1	1.000	0.972	0.896	0.784	0.648	0.500	0.352	0.216	0.104	0.028	0.000
		α_2	0.000	-0.0680	-0.0840	-0.0660	-0.0320	0.000	0.0160	0.0180	0.0120	0.0040	0.000
		α_3	0.000	0.0040	0.0120	0.0180	0.0160	0.000	-0.0320	-0.0660	-0.0840	-0.0680	0.000
	Valores de α_4 para f/l	0.10	0.000	0.260	0.880	1.620	2.240	2.500	2.240	1.620	0.880	0.260	0.000
		0.15	0.000	0.173	0.587	1.080	1.493	1.667	1.493	1.080	0.587	0.173	0.000
		0.20	0.000	0.130	0.440	0.810	1.120	1.250	1.120	0.810	0.440	0.130	0.000
		0.25	0.000	0.104	0.352	0.648	0.896	1.000	0.896	0.648	0.352	0.104	0.000
		0.30	0.000	0.087	0.293	0.540	0.747	0.833	0.747	0.540	0.293	0.087	0.000
		0.35	0.000	0.074	0.251	0.463	0.640	0.714	0.640	0.463	0.251	0.074	0.000
		0.40	0.000	0.065	0.220	0.405	0.560	0.625	0.560	0.405	0.220	0.065	0.000
		0.45	0.000	0.058	0.196	0.360	0.498	0.556	0.498	0.360	0.196	0.058	0.000
		0.50	0.000	0.052	0.176	0.324	0.448	0.500	0.448	0.324	0.176	0.052	0.000
Arco articulado em 1 e encastrado em 2		α_1	1.000	0.914	0.824	0.728	0.621	0.500	0.366	0.231	0.114	0.031	0.000
		α_3	0.000	0.0137	0.0240	0.0274	0.0206	0.0000	-0.0343	-0.0686	-0.0857	-0.0686	0.0000
	Valores de α_4 para f/l	0.10	0.000	0.843	1.600	2.186	2.514	2.500	2.103	1.466	0.777	0.226	0.000
		0.15	0.000	0.562	1.067	1.457	1.676	1.667	1.402	0.977	0.518	0.150	0.000
		0.20	0.000	0.421	0.800	1.093	1.257	1.250	1.051	0.733	0.389	0.113	0.000
		0.25	0.000	0.337	0.640	0.874	1.006	1.000	0.841	0.586	0.311	0.090	0.000
		0.30	0.000	0.281	0.533	0.729	0.838	0.833	0.701	0.489	0.259	0.075	0.000
		0.35	0.000	0.241	0.457	0.624	0.718	0.714	0.601	0.419	0.222	0.065	0.000
		0.40	0.000	0.211	0.400	0.546	0.629	0.625	0.526	0.366	0.194	0.056	0.000
		0.45	0.000	0.187	0.356	0.486	0.559	0.556	0.467	0.326	0.173	0.050	0.000
		0.50	0.000	0.169	0.320	0.437	0.503	0.500	0.421	0.293	0.155	0.045	0.000

QUADRO V

Arco angular de espessura constante. Tabela dos valores de V_1, V_2, H_1, H_2, M_{1-2} e M_{2-1} para a actuação da carga concentrada horizontal F.

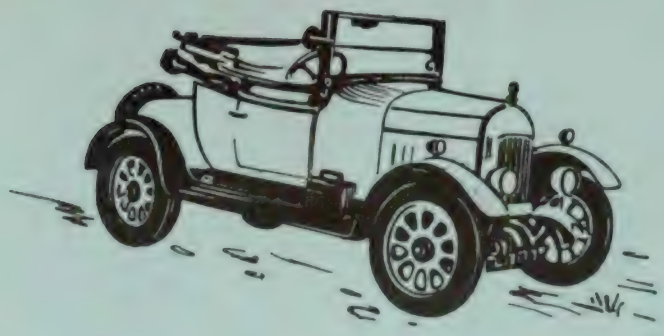
Actuação de uma carga horizontal F

$V_1 = -\beta_1 F$ $\quad V_2 = \beta_1 F$

$M_{1-2} = -\beta_2 F l$ $\quad M_{2-1} = \beta_3 F l$

$H_1 = -\beta_4 F$ $\quad H_2 = (1-\beta_4) F$

	a =	0.01	0.11	0.21	0.31	0.41	0.51	0.61	0.71	0.81	0.91	1.01
Arco articulado em 1 e em 2 — Valores de β_1 para f/l =	0.10	0.000	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.080	0.060	0.040	0.020	0.000
	0.15	0.000	0.030	0.060	0.090	0.120	0.150	0.120	0.090	0.060	0.030	0.000
	0.20	0.000	0.040	0.080	0.120	0.160	0.200	0.160	0.120	0.080	0.040	0.000
	0.25	0.000	0.050	0.100	0.150	0.200	0.250	0.200	0.150	0.100	0.050	0.000
	0.30	0.000	0.060	0.120	0.180	0.240	0.300	0.240	0.180	0.120	0.060	0.000
	0.35	0.000	0.070	0.140	0.210	0.280	0.350	0.280	0.210	0.140	0.070	0.000
	0.40	0.000	0.080	0.160	0.240	0.320	0.400	0.320	0.240	0.160	0.080	0.000
	0.45	0.000	0.090	0.180	0.270	0.360	0.450	0.360	0.270	0.180	0.090	0.000
	0.50	0.000	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.400	0.300	0.200	0.100	0.000
	β_4	1.000	0.852	0.716	0.604	0.528	0.500	0.472	0.396	0.284	0.148	0.000
Arco encastrado em 1 e em 2 — Valores de β_1 para f/l =	0.10	0.000	0.0056	0.0208	0.0432	0.0704	0.100	0.0704	0.0432	0.0208	0.0056	0.000
	0.15	0.000	0.0084	0.0312	0.0648	0.106	0.150	0.106	0.0648	0.0312	0.0084	0.000
	0.20	0.000	0.0112	0.0416	0.0864	0.141	0.200	0.141	0.0864	0.0416	0.0112	0.000
	0.25	0.000	0.0140	0.0520	0.108	0.176	0.250	0.176	0.108	0.0520	0.0140	0.000
	0.30	0.000	0.0168	0.0624	0.130	0.211	0.300	0.211	0.130	0.0624	0.0168	0.000
	0.35	0.000	0.0196	0.0728	0.151	0.246	0.350	0.246	0.151	0.0728	0.0196	0.000
	0.40	0.000	0.0224	0.0832	0.173	0.282	0.400	0.282	0.173	0.0832	0.0224	0.000
	0.45	0.000	0.0252	0.0936	0.194	0.317	0.450	0.317	0.194	0.0936	0.0252	0.000
	0.50	0.000	0.0280	0.104	0.216	0.352	0.500	0.352	0.216	0.104	0.0280	0.000
Arco encastrado em 1 e em 2 — Valores de β_2 para f/l =	0.10	0.000	0.0136	0.0168	0.0078	0.0064	0.000	0.0032	0.0036	0.0024	0.0008	0.000
	0.15	0.000	0.0204	0.0252	0.0117	0.0096	0.000	0.0048	0.0054	0.0036	0.0012	0.000
	0.20	0.000	0.0272	0.0336	0.0156	0.0128	0.000	0.0064	0.0072	0.0048	0.0016	0.000
	0.25	0.000	0.0340	0.0420	0.0195	0.0160	0.000	0.0080	0.0090	0.0060	0.0020	0.000
	0.30	0.000	0.0408	0.0504	0.0234	0.0192	0.000	0.0096	0.0108	0.0072	0.0024	0.000
	0.35	0.000	0.0476	0.0588	0.0273	0.0224	0.000	0.0112	0.0126	0.0084	0.0028	0.000
	0.40	0.000	0.0544	0.0672	0.0312	0.0256	0.000	0.0128	0.0144	0.0096	0.0032	0.000
	0.45	0.000	0.0612	0.0756	0.0351	0.0288	0.000	0.0144	0.0162	0.0108	0.0036	0.000
	0.50	0.000	0.0680	0.0840	0.0390	0.0320	0.000	0.0160	0.0180	0.0120	0.0040	0.000
Arco encastrado em 1 e em 2 — Valores de β_3 para f/l =	0.10	0.000	0.0008	0.0024	0.0036	0.0032	0.000	0.0064	0.0078	0.0168	0.0136	0.000
	0.15	0.000	0.0012	0.0036	0.0054	0.0048	0.000	0.0096	0.0117	0.0252	0.0204	0.000
	0.20	0.000	0.0016	0.0048	0.0072	0.0064	0.000	0.0128	0.0156	0.0336	0.0272	0.000
	0.25	0.000	0.0020	0.0060	0.0090	0.0080	0.000	0.0160	0.0195	0.0420	0.0340	0.000
	0.30	0.000	0.0024	0.0072	0.0108	0.0096	0.000	0.0192	0.0234	0.0504	0.0408	0.000
	0.35	0.000	0.0028	0.0084	0.0126	0.0112	0.000	0.0224	0.0273	0.0588	0.0476	0.000
	0.40	0.000	0.0032	0.0096	0.0144	0.0128	0.000	0.0256	0.0312	0.0672	0.0544	0.000
	0.45	0.000	0.0036	0.0108	0.0162	0.0144	0.000	0.0288	0.0351	0.0756	0.0612	0.000
	0.50	0.000	0.0040	0.0120	0.0180	0.0160	0.000	0.0320	0.0390	0.0840	0.0680	0.000
	β_4	1.000	0.948	0.824	0.676	0.552	0.500	0.448	0.324	0.176	0.052	0.000
Arco articulado em 1 e encastrado em 2 — Valores de β_1 para f/l =	0.10	0.000	0.0173	0.0352	0.0545	0.0759	0.100	0.073	0.0464	0.0229	0.0063	0.000
	0.15	0.000	0.0259	0.0528	0.0818	0.114	0.150	0.110	0.0695	0.0343	0.0094	0.000
	0.20	0.000	0.0345	0.0704	0.109	0.152	0.200	0.146	0.0927	0.0457	0.0126	0.000
	0.25	0.000	0.0432	0.0880	0.136	0.190	0.250	0.183	0.116	0.0571	0.0157	0.000
	0.30	0.000	0.0518	0.106	0.164	0.228	0.300	0.220	0.139	0.0686	0.0188	0.000
	0.35	0.000	0.0604	0.123	0.191	0.266	0.350	0.256	0.162	0.0800	0.0220	0.000
	0.40	0.000	0.0690	0.141	0.218	0.304	0.400	0.293	0.185	0.914	0.0251	0.000
	0.45	0.000	0.0777	0.158	0.245	0.342	0.450	0.329	0.209	0.103	0.0283	0.000
	0.50	0.000	0.0863	0.176	0.273	0.379	0.500	0.366	0.232	0.114	0.0314	0.000
Arco articulado em 1 e encastrado em 2 — Valores de β_3 para f/l =	0.10	0.000	0.0027	0.0048	0.0055	0.0041	0.000	0.0069	0.0137	0.0171	0.0137	0.000
	0.15	0.000	0.0041	0.0072	0.0082	0.0062	0.000	0.0103	0.0206	0.0257	0.0206	0.000
	0.20	0.000	0.0055	0.0096	0.0110	0.0082	0.000	0.0137	0.0274	0.0343	0.0274	0.000
	0.25	0.000	0.0069	0.0120	0.0137	0.0103	0.000	0.0172	0.0343	0.0429	0.0343	0.000
	0.30	0.000	0.0082	0.0144	0.0165	0.0123	0.000	0.0206	0.0411	0.0514	0.0411	0.000
	0.35	0.000	0.0096	0.0168	0.0192	0.0144	0.000	0.0240	0.0480	0.0600	0.0480	0.000
	0.40	0.000	0.0110	0.0192	0.0219	0.0165	0.000	0.0274	0.0549	0.0686	0.0549	0.000
	0.45	0.000	0.0123	0.0216	0.0247	0.0185	0.000	0.0309	0.0617	0.0771	0.0617	0.000
	0.50	0.000	0.0137	0.0240	0.0274	0.0206	0.000	0.0343	0.0686	0.0857	0.0686	0.000
	β_4	1.000	0.831	0.689	0.563	0.497	0.500	0.422	0.293	0.155	0.045	0.000



OS VELHOS CALHAMBEQUES SÃO MAIS JOVENS DO QUE NÓS

Durante meio século respondemos sempre às exigências da Indústria Automóvel.

E quanto ela evoluíu...

Mais leves, de linhas mais funcionais, de maior potência, e cada vez com maior duração, são algumas das características actuais das nossas baterias...

mas sabe que ainda não estamos satisfeitos?

A SUA SATISFAÇÃO É O NOSSO OBJECTIVO MAIOR.

TUDOR

1920 — 1970

TUDOR 50 ANOS

LISBOA · TOMAR · C. BRANCO · PORTO · COIMBRA · VISEU · ÉVORA · BRAGA · SETÚBAL · AVEIRO · FARO

SERVIÇO
preciosos auxiliares do técnico moderno
PHILIPS
uma gama completa de sprays
Eficientes e económicos para serviço rápido
Os profissionais sabem que tempo é dinheiro. A gama Aerosol Philips inclui um limpa-contactos, verniz protector, fluido congelador, óleo penetrante e mais quatro úteis auxiliares para os técnicos que se prezam de servir bem, com rapidez e economia.
PHILIPS
Para informações mais detalhadas, envie-nos este cupão
Aos Serviços Técnicos da Philips Portuguesa, S. A. R. L.
Apartado 1331 - Lisboa 1
Desejo receber documentação sobre a gama
Aerosol Philips
Nome
Morada
PHILIPS

Resumo dos artigos publicados na Técnica n.º 405

Ano XLVI — Fevereiro 1971

Gomes Cerveira
Onofre Moreira

C. D. U. 621.373 : 519.214.3

Gerador de impulsos com ocorrência de Poisson

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pág. 221-224.

Este gerador baseia-se numa fonte radio-activa e utiliza um detector de elevada eficiência no sentido de se obter uma distribuição de Poisson. A verificação do funcionamento estatístico do gerador é indicada de forma sucinta. Para além da sua simplicidade é de notar que o gerador se constrói fàcilmente com equipamento laboratorial usual.

Guimarães Rogedo

C. D. U. 624.131.6 : 517.96

Estudo do fluxo em meios anisótropos pelo método dos elementos finitos

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pág. 237-243.

Aplica-se o Método dos Elementos Finitos do cálculo das forças de percolação em meios constituídos por camadas estratificadas, com fronteiras seguindo uma geometria qualquer e direcções de permeabilidade variáveis. Apresentam-se alguns exemplos ilustrativos e o cálculo da linha de saturação numa barragem de terra.

Margarido Ribeiro

C. D. U. 621.603

Drenagem de fluidos não-newtonianos

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pág. 225-228.

A solução do problema de drenagem de um fluido Newtoniano numa placa infinita é bem conhecida.
O mesmo problema aplicado a fluidos que seguem os modelos biparamétricos de Bingham e de Ostwald de Waele não é do conhecimento do autor. Neste artigo pretende-se preencher tal lacuna.

Sousa Castro
Almeida Cequeira

C. D. U. 669.14.018.2

Aços inoxidáveis martensíticos e ferríticos Comportamento e adições especiais

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pág. 245-259.

Neste artigo faz-se uma revisão das propriedades mecânicas, reacção aos tratamentos térmicos e precipitação de carbonetos nos aços com 12 a 15 % Cr. Dos aços com teor em crómio superior a 15 % focam-se os problemas relacionados com os processos de fragilização a que estão sujeitos, e ainda as suas propriedades mecânicas. No que respeita a elementos de liga, analisa-se o efeito dos elementos mais efectivos, nomeadamente no aspecto de propriedades mecânicas a altas e baixas temperaturas.

Valadares Tavares

C. D. U. 627.4 : 519.2

Optimizar a utilização dum sistema hidráulico aplicando a programação dinâmica

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pág. 229-235.

Neste artigo apresentam-se alguns dos pontos principais dum método desenvolvido para melhorar a utilização duma bacia hidrográfica cuja finalidade primordial é tornar possível o abastecimento de água a certa região. Para poder definir uma política óptima de regularização dos caudais através do controlo dos níveis de água dos reservatórios incluídos nessa bacia será necessário atender à possível ocorrência de cheias, por vezes causadoras de graves prejuízos.
A aplicação da Programação Dinâmica a este problema torna possível a sua resolução.
Este estudo foi feito considerando como exemplo a bacia do rio Dee, no País de Gales, para a qual se apresentam alguns dos resultados obtidos.

Brasão Farinha

C. D. U. 624.072.32

Arco angular simétrico de espessura constante

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pág. 261-284.

Este artigo contém um formulário e tabelas para o cálculo do arco angular de espessura constante, nas hipóteses de articulação e de encastramento nos dois apoios, e de articulação num deles e encastramento no outro. Apresentam-se vários exemplos de aplicação sobretudo tendo em vista o esclarecimento do problema dos tirantes.

Synopsis of articles published in «Técnica» nº 405

XLVI — February 1971

Guimarães Rogedo U. D. C.: 624.131.6 : 517.96

Flow Study in Anisotropic Medium by the Finite Elements Method

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pag. 237-243.

The Finite Elements Method is applied to the computation of seepage forces in stratified media with any boundaries and directions of permeability. Some cases are presented such as, for instance, the calculation of the phreatic line of an earth dam.

Gomes Cerveira
Onofre Moreira U. D. C.: 621.373 : 519.214.3

Randon pulse generator with Poisson distribution

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pag. 221-224.

It refers to a random pulse generator based on a radioactive source where the detector has high efficiency in order to achieve a Poisson distribution as close as possible. Tests on the pulse distribution are briefly described. Besides its simplicity it can be easily assembled with electronic standard equipment.

Sousa Castro
Almeida Sequeira U. D. C. 669 14.018.2

Martensitic and Ferritic Stainless Steels — Mechanical Behaviour and Special Alloying Elements

Técnica No. 405 — XLVI — 1. 1971, pag. 245-259.

The mechanical properties, heat treatments and carbide precipitation in 12-15 °/₀ chromium steels are reviewed. Problems related to the brittleness in steels with a chromium content higher than 15 °/₀ are discussed.
The effect of the most important alloying elements in these steels, with special reference to the mechanical properties at high and low temperatures, is also analysed.

Margarido Ribeiro U. D. C.: 621.603

Non-Newtonian fluid drainage

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pág. 225-228.

The problem of a Newtonian fluid drainage on an infinite flat surface has a well known solution. The solution for the same problem when applied to fluids wich follow hiperparametrical models (Bingham's and Ostwald-de Waele's models) is unknown by the author. This paper is a trial to solve that problem.

Brazão Farinha U. D. C. 624.072.32

Symetrical angular arch of constant section

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pag. 261-280.

This paper presents formulae and tables for the design of two-hinged and hingeless angular arches of constant section. Some examples are shown.

Valadares Tavares U. D. C. 627.4 : 519.2

Reservoir Control Policy Optimization using dynamic Programming

Técnica No. 405 — XLVI — 2. 1971, pág. 229-235.

In this paper, it is presented a method to improve the utilization of water resource systems having as main purpose to supply water. To determine the optimal policy for reservoir operations, the occurence of floods has also to be considered because their effects are sometimes very important.
Dynamic Programming is successfully used to solve this problem.
Using data coming from the river Dee basin, in North Walles, some of the derived results are herein presented.

BIBLIOGRAFIA

Classificadores responsáveis: Armindo Ferreira, Francisco Pedroso, José Xambre Bento, Pedro Rodrigues e Nuno Pinto da Silva.

Serão criticadas as obras cujo assunto esteja no âmbito da «Técnica» e de que nos sejam enviados dois exemplares.

As revistas recebidas na Redacção, de que se publica uma selecção de fichas de artigos ordenadas pela Classificação Decimal Universal, podem ser consultadas na Biblioteca da A.E.I.S.T.

LIVROS

C. D. U. 535

Coherent Light — *A. F. Harvey.*

Edição Wiley-Interscience, 1970, 329 pag.

Os princípios da Electrotécnia são alargados às frequências da região óptica (radiações visíveis, ultra-violeta e raios X).

O autor inclui os fundamentos teóricos (propriedades da radiação electromagnética), fenómenos de coerência, modulação e difracção, propriedades dos meios materiais, interacção com a radiação, técnicas de diferentes tipos de lasers (material paramagnético, fase gasosa e semicondutor); antenas, moduladores e receptores.

São apresentados ainda aspectos de propagação de radiação, aplicação às comunicações e a sistemas de radar.

É um livro dirigido, em princípio, aos especialistas de luz coerente, mas muito necessário a todos os que trabalhem em óptica e electrónica, pela síntese de princípios e técnicas que consegue.

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. U. 53.081

Fundamentos Cientificos del Sistema Internacional de unidades — *José Ignacio Martin Artajo.*

Anales de Mecánica y Electricidad, Julh-Agt. 1970, vol. XLVII, n.º 4, pág. 42-69.

Neste artigo são examinados com certa profundidade os fundamentos dos sistemas de unidades.

C. D. U. 537.313 : 681.14

Prepacked Circuit Analysis — *J. M. Bullingham.*

Electronics and Power, 7-1970, vol. 16, pág. 262-265.

Programas extremamente poderosos estão agora disponíveis para facilitar o cálculo de circuitos. Este artigo ilustra o potencial e a simplicidade de um destes programas, descrevendo a sua aplicação a um circuito D. C. e a um circuito não linear um pouco mais complexo.

C. D. U. 54.001 : 537.365 (045) 748

«The Kinetics of Electrode Processes» — *Keith J. Laidlu.*

Chemical Education, 9-70, vol. 47, n.º 9, pág. 600.

Introdução técnica sobre a dupla camada eléctrica e reacção em eléctrodos.

Distribuição das espécies presentes na solução nas vizinhanças do eléctrodo.

Evolução do hidrogénio gasoso num cátodo.

Influência do pH (varia-se o pH numa solução contendo um excesso de um sal quìmicamente inerte).

Outras reacções que se podem dar.

C. D. U. 54.001 : 54-14 : 547 : 537.12 : 532.74 (045) 748

ESR study of organic electron transfer reactions — *Raymond Chaug.*

Journal of Chemical Education, 8-70, vol 47, n.º 8, pág. 563.

Os estudos cinéticos das reacções de transferência de electrões em soluções são de elevada importância. Nas reacções em que essas transferências de electrões são demasiado rápidas as técnicas habituais de estudo são ineficazes. Neste artigo descreve-se uma nova técnica denominada ESR (electron spin resonance) que permite estudar estas reacções de transferência.

C. D. U. 54.001.2 : 54-13 : (045) 748

«General Purpose Gas Loop. — *Paul A. Heuds.*

Chemical Education, 9-70, vol. 47, n.º 9, pág. 653.

Esquema para o reaproveitamento de gás inerte em operações laboratoriais.

C. D. U. 54.001.2 : 54-128 : 541.18 : 532.7 (045) 748

Determination of Molecular Diameters by the use of the Crookes radiometer-An Undergraduate experiment — *John H Smith.*

Journal of Chemical Education, 8-70, vol. 47, n.º 8, pág. 590.

O radiómetro de Crookes possibilita um aceitável método visual para o estudo da teoria cinética dos gases, bem assim como outras interessantes propriedades dos gases.

C. D. U. 54.001.2 : 547.234 : (045) = 60

«Nuevos avances en el campo de la hidrazina» — *Dr. H. Kallfan Leverkusen.*

Ion, 9-70, vol. XXX, n.º 350, pág. 512.

Aplicação da hidrazina como anti-corrosivo nas caldeiras e fixador de oxigénio.

Derivado da hidrazina existe o lexovin, que imprime uma grande aceleração de velocidade de fixação do oxigénio.

Dimensionamento de Secções de Betão Armado em Relação à Rotura

Matérias

— Flexão simples de secções rectangulares simplesmente armadas
— Flexão simples de secções rectangulares duplamente armadas
a) com armadura de compressão reduzida
b) com armadura de tracção reduzida
— Flexão simples de secções T duplamente armadas
— Flexão simples de secções T duplamente armadas
— Compressão simples
— Flexão composta de secções rectangulares
a) com armadura simétrica
b) com armadura de tracção reduzida
c) com armadura de compressão reduzida
— Flexão composta desviada de secções rectangulares
— Flexão composta de secções em T
a) com armadura de tracção reduzida
b) comarmadura de compressão reduzida
— Flexão simples e flexão composta de secções circulares cheias
— Flexão simples e flexão composta de secções circulares ocas
— Esforço transverso

Preço 150$00

Dimensionamento de Secções Circulares de Betão Armado em Relação à Rotura

Matérias

— Flexão simples e flexão composta de secções circulares cheias
— Flexão simples e flexão composta de circulares ocas

Preço 60$00

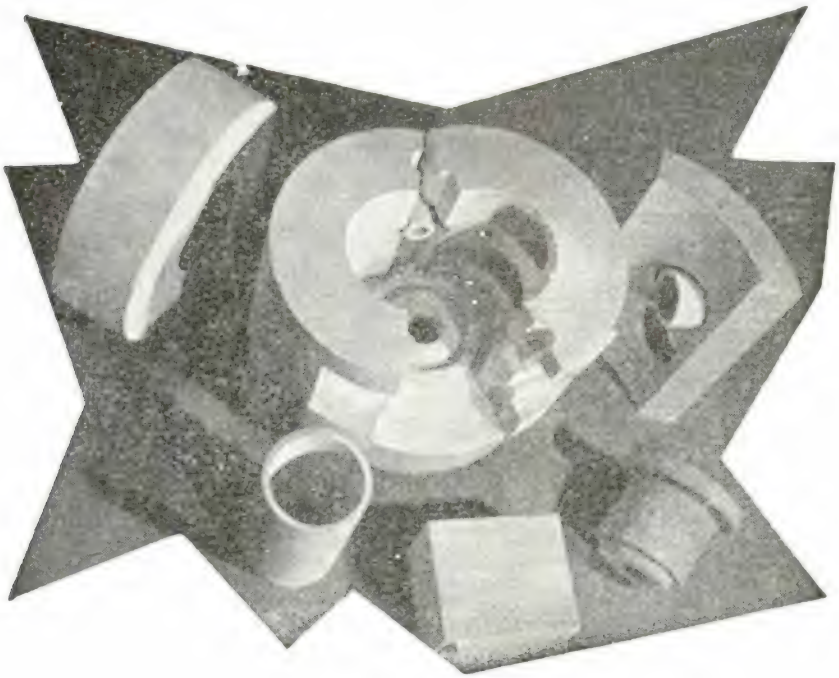
Por J. M. MADEIRA COSTA

ENG.º CIVIL

Á venda na TÉCNICA e nas LIVRARIAS

a técnica moderna emprega

BETÕES REFRACTÁRIOS



à base dos cimentos

FONDU LAFARGE

e

SECAR 250

porque são

práticos
eficientes
económicos

REFRACTÁRIOS ATE 1800° C

REFRACTÁRIOS ISOLANTES ATÉ 1700° C

Os nossos serviços técnicos, especializados, estão à vossa inteira disposição para estudar, sem qualquer encargo da vossa parte, a adaptação dos BETÕES REFRACTÁRIOS a todos os vossos problemas

AGUIAR & MELLO, L.DA

P. do Município, 13-1.º — LISBOA — Tel. 32 11 51/2

C. D. U. 54.001 : 547.313.2 : 542.541 (045) – 437

Hidrogenation of Ethylene on vapour-deposited Metal Films — *A. Kouskova J. Adámek e V. Ponec.*

Collection of Czechoslovak Chemical Comunications, 9-70, vol. 35, n.º 9, pág. 2538.

Descrição das experiências efectuadas para hidragenação do Etileno em superfícies com pó de vários metais.

Discussão dos resultados.

C. D. U. 54.001 : 547.596.4 : 541.63 (045) = 60

Sobre los diferentes terpineoles comerciales y su analisis — *Antonio Yllna Camino.*

Ion, 9-970, vol. 30, n.º 350, pág. 505.

Considerações sobre as suas propriedades aromáticas e suas aplicações. Estudo sobre as propriedades físicas e químicas (diferentes métodos). Separação dos diferentes terpineóis $C_{10}H_{18}O$. Estereoquímica.

C. D. U. 541.64 : 535.321.54 (045) 437

Calculation of the parameters of mechanical dispersions of glassy polymers, from the temperature dependence of the components of the complex modulus of elasticity — *J. Kolařik e M. Ilavský.*

Collection of Czechoslovak Chemical Communications, 8-970, vol. 35, pág. 2286.

Neste documento descreve-se um procedimento que permite determinar a intensidade, energia de activação aparente e de influência da temperatura na distribuição dos tempos de relaxação para dispersões mecânicas dos polímeros vítreos.

O procedimento é exemplificado com a dispersão a baixas temperaturas do poli (2-hidroxietil metacrilato) e os seus homólogos.

C. D. U. 543 : 543.31 : (045) 46

Los trabajos del CERCHAR en el aspecto del análisis y de la depuración de aguas — *P. Chiche e J. Coné*

Ion, 6-970, vol. 30, n.º 347, pág. 347.

Referência aos estudos realizados neste domínio pelo Centro de Estudos e Investigação das Hulheiras de França.

C. D. U. 543 : 543.312 (045) 46

Tratamiento del agua de alimentación para calderas segun los métodos actuales — *H-W Kanczor.*

Ion, 6-970, vol. 30, n.º 347, pág 337.

Relação entre os tipos de instalação de troca de iões a utilizar e o grau de pureza pretendido.

Apreciação dos diferentes métodos possíveis.

C. D. U. 621.396.933

Telecommunication support for the Apollo programme — *Lorne M. Robinson. B. S. Ch. E., B. S. E. E.*

Electronics & Power, 7-970, pág. 244-250.

As alunagens «Apollo» dependem de uma coordenação efectiva entre o veículo espacial e o sistema operacional terrestre. O sistema suporte das telecomunicações foi concebido para assegurar que a informação necessária é transferida efectivamente.

Este artigo descreve o funcionamento dos sistemas que garantem este objectivo usados no programa «Apollo». Estudo do sistema de comunicações entre as naves de alunagem e o control terrestre.

C. D. U. 621.438

Steam injection can improve gas turbines.

Power, 6-970, pág. 82.

A injecção de vapor de água no circuito de turbinas a gás apresenta como principal vantagem o aproveitamento da energia dos gases de escape que numa caldeira de características especiais aquecem a água que dá origem a esse vapor.

Daqui resulta um considerável aumento do rendimento térmico do ciclo associado a um aumento de potência fornecida, para a mesma turbina.

A temperatura máxima do ciclo baixa também pelo que é de prever maior duração para a instalação que no arranque pode trabalhar s injecção.

C. D. U. 621.747

Rebarbagem a velocidade periférica constante — *D. Willmot.*

Fundição — Revista APF, 1970, n.º 47, pág. 27.

O autor desta comunicação ao 3.º Congresso Nacional de Fundição trata da rebarbagem a velocidade periférica constante, estabelecendo uma comparação entre este processo moderno e a rebarbagem convencional.

C. D. U. 621.74 : 669.131

Reunião aberta : peças de ferro fundido para a indústria automobilística — *M. E. Boehm e H. Schwartz.*

Fundição — Revista APF, 1970, n.º 47, pág. 33.

O presente artigo, segundo da série, trata da concorrência entre ferro maleável e ferro nodular concluindo pela necessidade da permanência dos dois tipos no mercado brasileiro.

C. D. U. 624.001.5

Étude de problèmes particuliers — *ALESI, E.*

Annls. Inst. tech. Batim. (Paris) 23 (265) : 174-187, Jan. 1970.

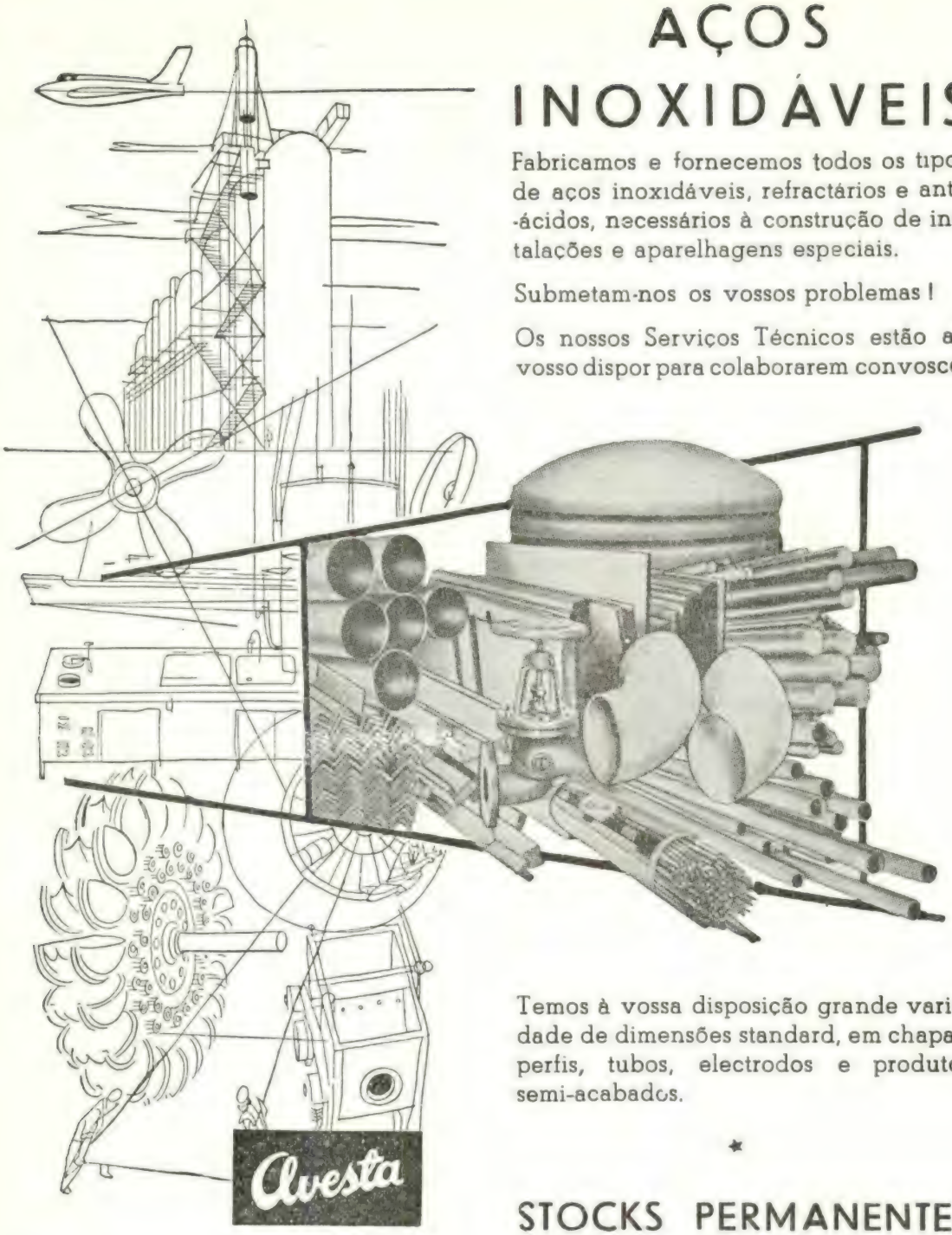
No quadro das nossas investigações no Centro Experimental de Investigações e de Estudos da Construção e Obras Públicas, somos levados a examinar diversos pontos particulares ou a fornecer uma contribuição para a resolução de certos problemas. Propomo-nos publicar estes estudos à medida que se vão aplicando sem esperar pela conclusão da investigação A presente nota respeita: — Dinâmica das estruturas: efeito da concentração das massas. — Fundações rectangulares rígidas sobre solo elástico: determinação dos coeficientes de forma. — Meios com grande coesão: impulso, pressão e fundações superficiais.

AÇOS INOXIDÁVEIS

Fabricamos e fornecemos todos os tipos de aços inoxidáveis, refractários e anti-ácidos, necessários à construção de instalações e aparelhagens especiais.

Submetam-nos os vossos problemas!

Os nossos Serviços Técnicos estão ao vosso dispor para colaborarem convosco.



Temos à vossa disposição grande variedade de dimensões standard, em chapas, perfis, tubos, electrodos e produtos semi-acabados.

★

STOCKS PERMANENTES

AVESTA JERNVERKS AKTIEBOLAG
AVESTA — SUÉCIA

Representantes Exclusivos para Portugal e Ultramar:

A. JOHNSON & Co (PORTUGAL), L.DA

SEDE EM LISBOA:
Praça José Fontana, 11-1.º
Telef. 537015-537016-537017-537018

FILIAL NO PORTO:
R. Dr. António Granjo, 160/168
Telef. 54666

C. D. U. 624.072.2 : 624.022

Poutres — Cloisons. Structures planes chargées parallèlement à leur plan moyen — *LEONHARDT, F.*

Annls. Inst. tech. Batim. (Paris) 23 (265): 114-172, Jan. 1970.

Em primeiro lugar o autor expõe os resultados da teoria da elasticidade e dos estudos fotoelastecimétricos aplicados às vigas-paredes; dá a distribuição e a intensidade das tensões que resultam, no caso de vigas com um ou vários tramos, de cargas diversas aplicadas à parte inferior ou superior das vigas; determina o traçado das linhas isostáticas correspondentes; completa este estudo pela exposição do método das tensões complementares de Schlech. Depois de ter sublinhado a incapacidade da teoria elástica para esclarecer o Engenheiro sobre o comportamento destas vigas quando apresentam fissuras, o autor examina detalhadamente diversos ensaios que foram efectuados nas vigas-paredes e em especial dos que foram feitos em Stuttgart de 1962 a 1964. Considerando os ensinamentos obtidos da teoria e dos resultados de ensaios, o autor dá, em seguida, indicações práticas sobre o dimensionamento do betão e da armadura das vigas-paredes e das consolas curtas.

C. D. U. 624.21.042.8

Algunas consideraciones sobre los efectos dinamicos en los puentes de ferrocarril — *Alarcon Alvarez.*

Revista de Obras Públicas, 10-970, n.º 3066.

Apresentam-se considerações elementares sobre o coeficiente de impacto e indicam-se os resultados das medidas ORE-UIC. Para facilitar o seu uso, apresenta-se um diagrama que se compara com a fórmula da regulamentação vigente em Espanha.

C. D. U. 624.35 : 624.012.45

Construccion de puentes por voladizos sucesivos mediante dovelas prefabricadas.

Revista de Obras Públicas, 7-970, n.º 3063.

Os autores fazem um resumo das pontes construídas em Espanha, por consolas sucessivas, mediante aduelas pré-fabricadas, desde 1958, data da construção da primeira ponte. Têm sido utilizadas aduelas de 8 a 80 toneladas e os vãos variam entre 56 e 101 metros.

C. D. U. 625.42

Estudio de la demanda de transporte para el plan de ampliacion del metropolitano de Madrid — *Eduardo Cañibano — Jaxier Calvete.*

Revista de Obras Públicas, 7 970, n.º 3063.

Os autores expõem brevemente a implantação, desenvolvimento e resultados mais importantes do Estudo de Tráfego realizado para o Plano de Ampliação do Metropolitano de Madrid (1968-1980). Embora um Estudo Integral do Transporte seja o meio mais adequado para fazer a previsão do tráfego futuro nos diversos meios de transporte de uma cidade, um estudo deste género, mostra que com meios muito mais limitados se pode chegar a resultados interessantes.

C. D. U. 623.5 : 629.113

Sobre a contaminação atmosférica produzida pelos veículos — *J. V. Martin Torraquino.*

Dyna, 5-970, n.º 5, pág. 159.

Este artigo além de referir os problemas da poluição atmosférica refere também alguns trabalhos feitos sobre o assunto, destacando-se os ensaios feitos com veículos automóveis com motor funcionando ao relanti.

C. D. U. 628.5 : 669.187

Contaminação do ar nos fornos de arco. Equipamentos de depuração de fumos — *Julio Ardigarraga Urquiza.*

Dyna, 5-970, n.º 5, pág. 173.

Depois dum curto preâmbulo sobre a tendência dos fornos de arco nos últimos anos analiza-se a produção de fumos e as suas características nas diferentes fases de produção do aço. Em continuação se descrevem os procedimentos usuais de extracção e depuração dos fumos, indicando as características de algumas instalações típicas. Fazem-se finalmente algumas considerações sobre a situação actual em Espanha.

C. D. U. 658.382.6 : 674

Os trabalhadores da indústria e o progresso técnico — *I. Faria Martins e Leonel Costa.*

Publicações do I.N.I.I., 1970, n.º 16.

Pretende-se com o presente trabalho, que é de carácter experimental, abordar e propor alguns problemas relativos ao progresso técnico e à inserção dos trabalhadores nessa evolução.

C. D. U. 669.35

Tecnologia de fundição de metais não ferrosos — *Adolfo Pinto Mesquita.*

Publicações do I.N.I.I.

Abordam-se problemas relativos à tecnologia de fundição de metais não ferrosos como sejam:

1 — Matérias primas
2 — Equipamentos de fusão
3 — Técnicas de fusão
4 — Processos de vazamento
5 — Controle de qualidade
6 — Propriedades e aplicações industriais.

C. D. U. 681.14 : 6

Aplicaciones de los ordenadores digitales a processos industriales — *Rafael Magallon Martinez.*

Anales de Mecanica y Electricidade, Jul/Ago/1970, vol. 47, n.º 4, pág 70-87.

O autor estuda as características de um ordenador industrial, os tipos de processos de mais fácil automatização e os problemas especiais que surgem.

LISTA CLASSIFICADA DE ANÚNCIOS

Neste número continua a «Técnica» a sua secção de publicidade — a *lista classificada de anúncios* — destinada a facilitar a procura por parte dos clientes.

CONSTRUÇÃO CIVIL

CONSTRUTORES CIVIS

— **ENGIL**
Av. Elias Garcia, 162-6.º Tel. 76 51 10/17

— **Construções Técnicas, Lda.**
P. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

— **Soc. Const. Amadeu Gaudencio, Ld.ª**
R. Dr. Alexandre Braga, 4-A — Lisboa
Telef. 4 31 91 — 92 — 93.

— **Soc. de Pré-Fabricação e Obras Gerais Novobra**
Av. Estados Unidos da América, 100-5.º D
Telef 77 48 32 / 76 64 46 — Lisboa 5

ESCAVADORAS E TRACTORES

— **Guedes & Almeida**
Rua Aurea, 181-2.º — Tel. 32 78 45 — Lisboa 2

FUNDAÇÕES E SONDAGENS

- **Construções Técnicas, Lda.**
Pr. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

- **Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ld.ª**
Av. da República, 42-8.º
Telef. 77 70 86/7 e 77 12 65 — Lisboa

— **Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações**
Travessa do Guarda-Mor, 13-r/c
Tel. 32 46 93 e 21 32 56 — Lisboa — Luanda — Lourenço Marques — Beira

— **Fundações Franki, Lda.**
R. Braamcamp, 13-3.º — Lisboa — Tel. 53 41 12

— **Johann Keller**
Av. Costa Pinto, 8-1.º Esq. - Cascais - Tel. 28 44 21

— **Sondagens e Fundações, A. Cavaco, Lda.**
R. Rodrigo da Fonseca, 62-r/c — Lisboa 1
Tel. 56 11 71/72/73.

— **Sondagens Ródio**
Rua de S. Bento, 644-3.º — Lisboa
Tel. 68 80 96/7/8

— **Sopecate**
R. do Arsenal, 146, 2.º — Lisboa.
Tel. 3 40 10 - 32 02 08

INSTRUMENTOS DE PRECISÃO

— **Wild Portugal, Ld.ª**
Praça das Águas Livres, 8, s/l 6 — Lisboa 2 — Tel. 68 91 12.

ISOLAMENTO TÉRMICO E ACÚSTICO

ISOLA
Avenida António Augusto de Aguiar, 17-2.º
Tel- 53 71 91 — Lisboa.

CONSTRUÇÕES METALO-MECANICAS

— **COMETNA** — R. Academia de Ciências, 5 — — Lisboa — Tel. 32 00 01

— **Construções Metalo-mecânicas MAGUE Ld.ª** — Alverca

— **SEPSA - Sociedade Construções Electro-Mecânicas** — Leça do Balio

— **Sociedade Industrial Metalúrgica**
R. de S. Tiago, 1

EQUIPAMENTO ELECTRICO

— **Construções Eléctricas Schréder, Ltd.**
Pr. José Fontana, 25-3.º E. - Tel. 56 10 01/2/3 — Lx.

— **Electrotécnicos Reunidos**
Avenida João XXI, 64 — Lisboa.

— **Isolux, Lda.**
Largo do Campo Pequeno, 21, 4.º Esq.
Telef. 77 00 30/8/9 — Lisboa
Rua Dr. Alfredo Magalhães, 110, 2.º D.
Telef 2 07 23 — Porto

— **J. F. de Azevedo e Silva & C.ª, Ld.ª**
Rua S. Francisco Sales, 2, 1.º — Tel. 65 41 65
Lisboa.

— **J. Roma**
Praça da Figueira, 86/51/2/3 — Lx.

— **Jayme da Costa, Ld.ª**
R. dos Correeiros, 14 — Lisboa — Tel. 32 70 35
Praça da Batalha, 12 — Porto — Tel. 2 28 12.
Cx. Postal 5174 — Luanda — Tel. 47 43.

— **Plessey Automática Eléctrica Portuguesa**
Avenida Infante D. Henrique, 333 — Lisboa.

— **Philips**
Rua Joaquim António de Aguiar, 66 — Lisboa
Telef. 68 31 21

— **Siemens — Companhia de Electricidade**
Avenida Almirante Reis, 65
Telef. 53 69 21/0 — Lisboa

— **Soc. de Elec. Brown Boveri**
Rua Sá da Bandeira, 481-2.º
Telef 2 34 11 — Porto

— **SEPSA-Sociedade Construções Electro-Mecânicas** — Leça do Balio

— **Standard Electrica**
Av. da Índia — Tel. 63 81 71 — Lx.

DISTRIBUIÇAO DE ENERGIA

— **União Eléctrica Portuguesa**
R. Alexandre Herculano, 244 — Porto
Tel. 2 76 76/9
Rua Rosa Araújo, 35
Lisboa — Telef. 53 11 81/7

BATERIAS

— **Tudor**
Av. Fontes Pereira de Melo, 12 — Lisboa
Tel. 5 19 47

ELÉCTRODOS

— **Electro-Arco, Ld.ª**
R. Silva Carvalho, 230 — Lisboa — Tel. 68 36 46
R. do Bolhão, 216 — Porto — Tel. 2 12 77.

ISOLAMENTOS

— **Empresa Electro-Cerâmica, S.A.R.L.**
L. Barão de Quintela.

SOLDADURAS

— **Electro Arco**
R. Silva Carvalho, 239 — Lisboa
R. do Bolhão, 216 — Porto

— **J. Roma**
Praça da Figueira, 86/51/2/3 — Lisboa

TELECOMUNICAÇÕES

— **Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos, S.A.R.L.**
R. Rodrigo da Fonseca, 110, r/c — Lisboa — Tel. 68 60 72.
R. Sá da Bandeira, 766-1.º E — Porto — Tel. 2 48 18

— **Standard Electrica**
Av. Índia — Tel. 63 81 71 — Lisboa

— **Philips**
Rua Joaquim António de Aguiar, 66 — Lisboa
Tel. 68 31 21

— **Plessey Automática Eléctrica Portuguesa**
Avenida Infante D. Henrique, 333 — Lisboa.

EQUIPAMENTO INDUSTRIAL

— **COMETNA**
R. Academia de Ciências, 5 — Tel. 32 00 11

— **Construções Metalo-Mecânicas Mague, Lda.** — Alverca do Ribatejo

— **Guedes & Almeida, Lda,**
R. Aurea, 181-2.º — Tel. 32 78 45 — Lisboa

— **Mendes de Almeida, Lda.**
Av. 24 de Julho, 52-A-G — Tel. 66 67 10 — Lisboa

— **Sociedade Comercial Romar**
Rua da Boavista, 83-1.º — Lisboa

— **Sociedade Portuguesa Ar Líquido**
Quinta do Almargem — Junqueira — Lisboa

CORRENTES

— **Auto-Lusitana**
Av. da Liberdade, 73-79 — Lisboa

— **Harker Sumner**
L. do Corpo Santo, 18 — Tel. 32 48 23 — Lisboa

— **S. K. F.**
Rua da Alegria, 66-A — Lisboa — Tel. 36 23 01

INDÚSTRIAS QUÍMICAS

GASOLINAS E ÓLEOS

— **Mobil Oil**

TÉXTEIS

— **FANAFEL — Fábrica Nacional de Feltros Industriais, Ld.ª**
Estrada de S. João — Ovar.

TINTAS

— **Mendes de Almeida, Lda.**
Av. de 24 de Julho, 52-A-G
Telef. 66 67 16 — Lisboa

LIVROS TÉCNICOS

— **TÉCNICA**
Avenida Rovisco Pais — Lisboa
Tel. 77 54 49

MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO

AÇOS ESPECIAIS

— **A. Johnson & C.ª (Portugal), Ld.ª**
P. José Fontana, 11-1.º — Lisboa — Tel. 53 70 15/ /6/7/8.
R. Dr. António Granjo, 160/168-Porto-Tel. 5 46 69

— **Heliaço**
R. S. Julião, 41-4.º — Tel. 36 78 17 — Lisboa

BETÃO

— **Empresa Cimentos de Leiria**
R. Braamcamp, 7 — Lisboa. — Tel. 5 91 61/66.

— **Jomatel**
Rua Sampaio Pina, 1-5.º — Lisboa — Tel. 65 41 21

— **Sociedade Portuguesa CAVAN**
R. de D. Estefânia, 94-A — Lisboa — Tel. 4 78 12 e 5 01 29.

CIMENTOS

— **AGUIAR E MELO, LDA.**
Praça do Município, 13-1.º — Tel. 32 11 51/2 Lx.

— **CIBRA — Cimentos Brancos**
Tv. do Corpo Santo, 15 — Lisboa — Tel. 32 04 64.
R. do Bonjardim, 205 — Porto — Tel. 2 57 79.

— **Empresa de Cimentos de Leiria**
R. Braamcamp, 7 — Lisboa — Tel. 5 91 61 66.

— **Secil**
R. do Comércio, 156 — Lisboa 2 — Tel 32 82 01 2 3

MATERIAIS PRÉ ESFORÇADOS

— **CIMIANTO**
Av. Fontes Pereira de Melo, 14 — Tel. 53 11 61

— **Heliaço**
R. S. Julião, 41-4.º — Tel. 36 78 17 — Lisboa.

— **Soc. de Pré-fabricação e Obras Gerais Novobra, Ld.ª**
Av. E. U. da América, 100-5.º-E.
Tel. 77 48 32/ 76 64 46 — Lisboa.

ARTIGOS DE ESCRITÓRIO E ESCOLAR

MATERIAL DE DESENHO E TOPOGRÁFICO

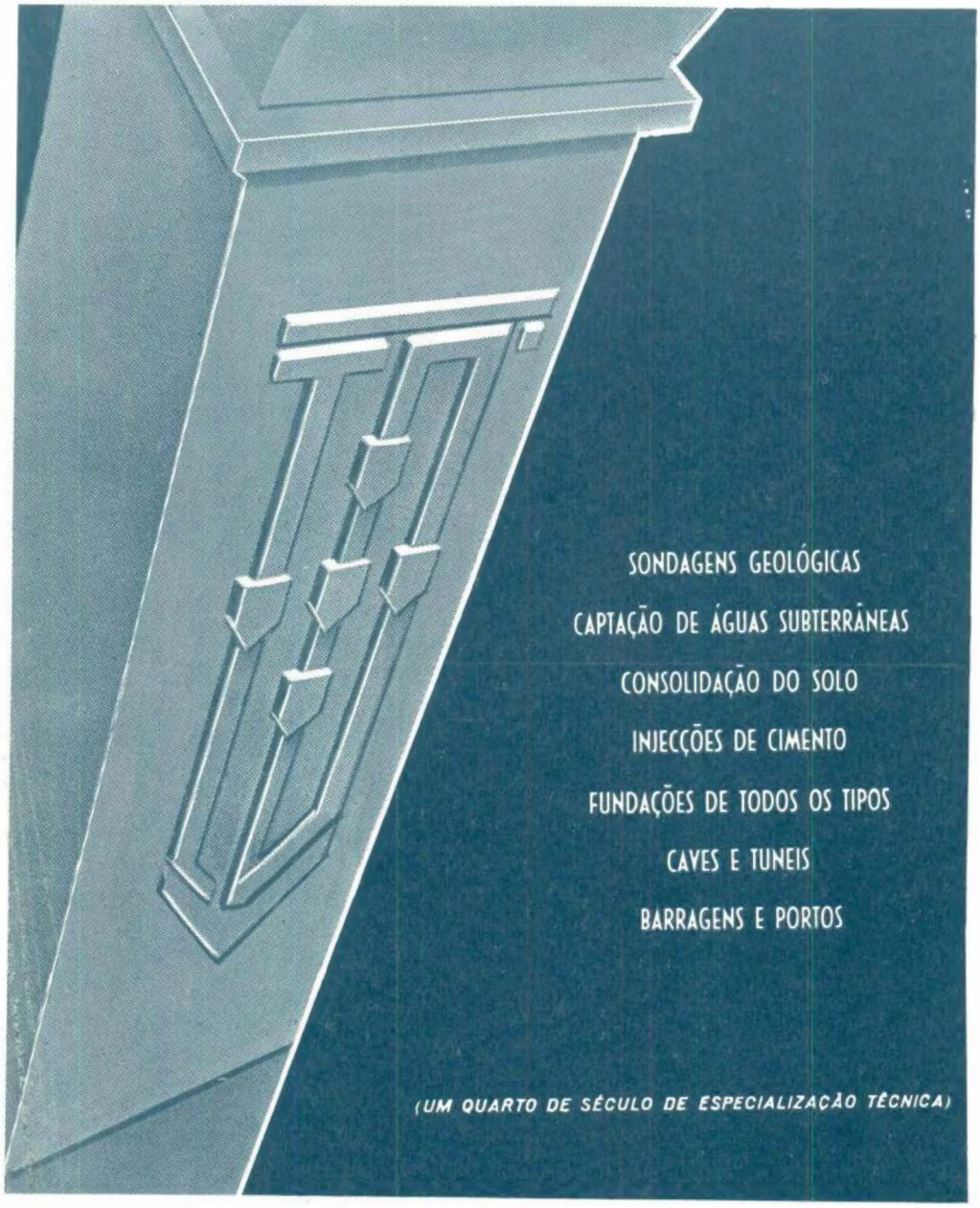
— **Wild Portugal**
Praça das Águas Livres, 8-s/l
Tel. 98 91 12 — Lisboa.

Empresa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

AV. DA REPÚBLICA, 42, 8.º
TELEFS. 77 70 86/7 e 77 12 65

LISBOA



SIEMENS

4 68 022 B

Peça catálogos ou esclarecimentos à Secção Técnica da

SIEMENS-COMPANHIA DE ELECTRICIDADE, S. A. R. L.

LISBOA-1: AV. ALMIRANTE REIS, 65 — TEL. 53 69 21 • PORTO: R. DAS CARMELITAS, 26-2.º — TEL. 2 89 43